# 第3章　公共財

公共財

＝ 誰でも利用可能

所有権・使用権が不明確

市場での取引きが成立しない

# 公共財の特性

- 非排除性：その財を1人の消費者に供給するときには，他のいかなる消費者もその消費から排除できない

  →すべての消費者に同量供給

- 非競合性：1人の消費がその財をいくら消費しても他の消費者の消費可能量は減少しない

# 財の分類（公共財の特性）

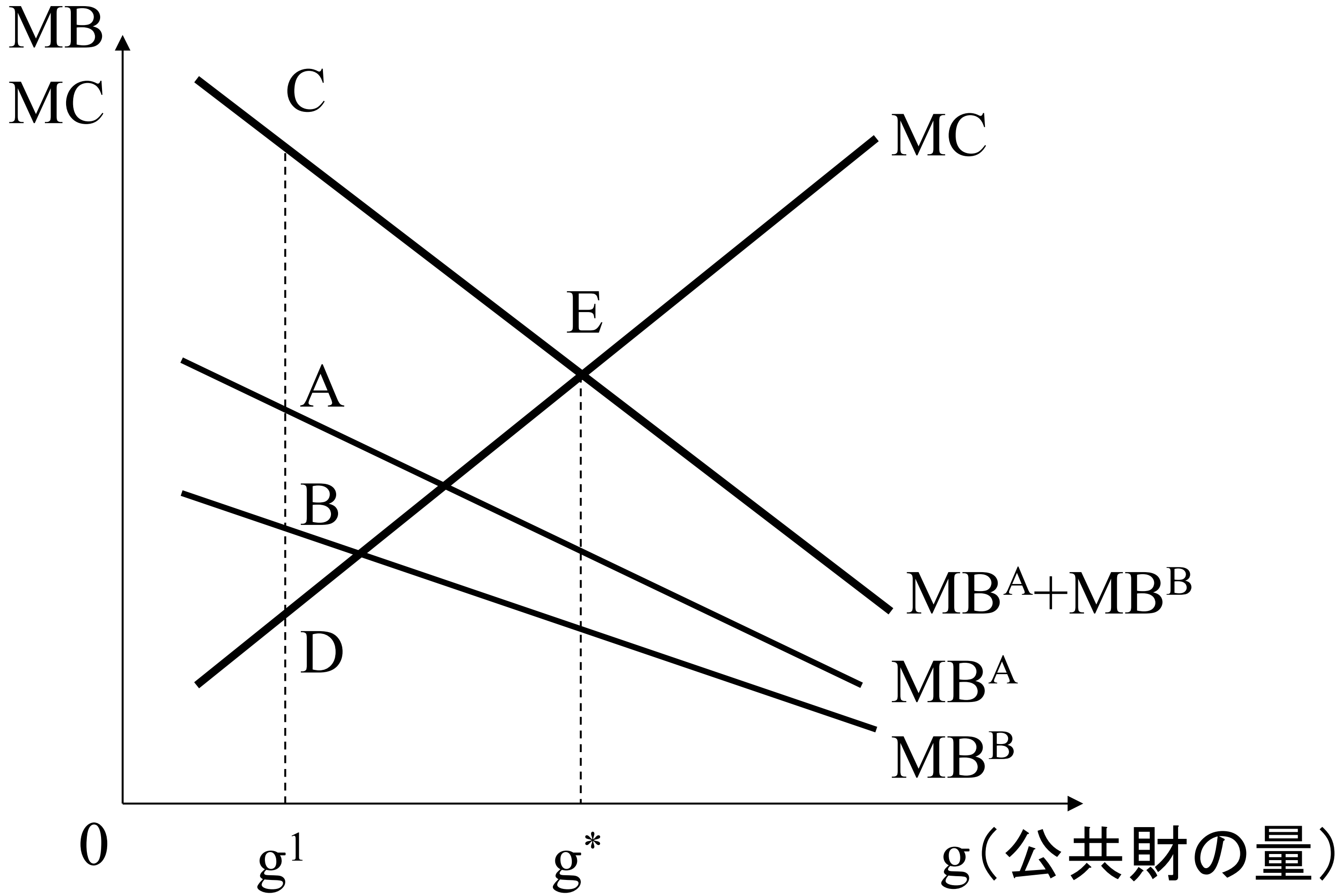
| | 排除性 | 非排除性 |
|---|---|---|
| 競合性 | (1)<br>純粋私的財 | (2)<br>共有地 |
| 非競合性 | (3)<br>クラブ財 | (4)<br>純粋公共財 |

- (2):混雑現象→街路など　　c.f. 共有地の悲劇
- (3):容易に排除可能→電波など

# 公共財の最適供給（直観的説明）

- ２人のケース：個人A, B
- 公共財は両者に等しく利用可能
- 公共財1単位の増加による社会的限界便益
  ＝2人の私的限界便益の和 $MB^A + MB^B$
- 公共財1単位の追加的生産
  ＝限界費用 MC
- 同一の単位で計られるとする
- 公共財の最適供給条件は
  $MC=MB^A+MB^B$

# 公共財の最適供給条件(図解)



# 公共財の最適供給(一般の場合)

- $n$人の消費者
- 私的財$X$, 公共財$G$, 消費量は $x$, $g$
- 効用関数　$U^i(x_i,g)$,　$i=1,2,\ldots,n$
- 最適供給(パレート最適)条件を求める
  - 公共財と私的財の限界代替率$MRS^i$

$$MRS^i = -\frac{dx_i}{dg} = \frac{\dfrac{\partial U^i(x_i,g)}{\partial g}}{\dfrac{\partial U^i(x_i,g)}{\partial x_i}}, \qquad i=1,2,\ldots,n$$

  - 私的財で測った公共財の限界便益

# 生産条件

- 生産要素 $z$ を用いて公共財と私的財を生産する
- 資源制約: $z = z_x + z_g \leq \bar{z}$
- 生産関数: $x{=}f(z_x)$, $g{=}h(z_g)$
- 生産可能性曲線　$T(x,g)=0$

- 生産要素の追加的1単位の増加による生産量の増加

$$dx{=}f'(z_x)dz_x,\ dg{=}h'(z_g)dz_g$$

- 資源制約を満たすとき，$dz_x{+}dz_g = 0$

- 私的財の生産を増やすためには公共財の生産に使われている生産要素を減らし，その分を私的財の生産に振り向けなければならない

$$-dx = f'(z_x)dz_g$$

$$\therefore\ -\frac{dx}{dg} = \frac{f'(z_x)}{h'(z_g)} = MRT$$

（限界生産物の比＝限界変形率）

- 限界変形率＝私的財で測った公共財の限界費用

- 生産可能性曲線　$T(x,g)=0$
  
  → 技術の制約
- 最適供給条件は

$$\sum_{i=1}^{n} MRS^{i} = MRT$$

- （ボーエン＝）サムエルソン条件
- 限界代替率の和＝限界変形率

# 公共財による市場の失敗

- 各個人が私的限界便益と公共財の限界費用を等しくすれば，非効率
- 政府による供給←申告限界便益の集計
- (1)費用負担が申告限界便益と無関係

  過大申告によって利益を受ける
- (2)費用負担が申告限界便益で決まる

  過少申告によって利益を受ける
- フリー・ライダー問題

  ＝虚偽の申告によって利益を得る行動が制度的に引き起こされること

# 公共財の自発的供給

- 市場メカニズムを通じた自発的な供給
- 公共財の限界費用 $p$（一定）
- 消費者$i$の効用最大化問題

$$\max\ U^i(x_i,g)$$
$$\text{s.t. } I_i = x_i + pg_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

- ただし，$x = \sum_{j=1}^{n} x_j$ ，$g = \sum_{j=1}^{n} g_j$

として，$T(x,g) = 0$ を満たす

最適点では，「限界代替率＝価格比」が成り立つので，

$$MRS_i = p, \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

したがって，

$$MRS_1 = MRS_2 = \ldots = MRS_n = p$$

となる

公共財 $G$ を1単位供給するためにかかる費用 $p$ は，市場での私的財 $X$ との交換比率
$\therefore MRT = p$．よって，

$$MRS_1 = MRS_2 = \ldots = MRS_n = MRT$$

となる．したがって，公共財が市場によって自発的に供給される場合には，サミュエルソン条件

$$\sum_{i=1}^{n} MRS_i = MRT$$

は満足されず，パレート最適とはならない

# 公共財の供給メカニズム(Ⅰ):リンダール・メカニズム

- 政府は各消費者に費用負担率を提示
- 各消費者は公共財の需要量を報告
- 政府は，各消費者の公共財需要量が異なれば費用負担率の調整．再び費用負担率を提示．各消費者は公共財の需要量を報告
- 公共財需要量が一致したところで公共財供給量と各消費者の費用負担率を決定

# リンダール･メカニズムの定式化

- 2消費者2財のモデル
- ２人の消費者1, 2の効用関数
- $U^1=U^1(x_1, g)$,　$U^2=U^2\ (x_2, g)$

  限界代替率逓減の法則
- 私的財:$x_1$, $x_2$　　　公共財:$g$
- 公共財の限界費用 $p$（一定）
- 所得(私的財単位で)

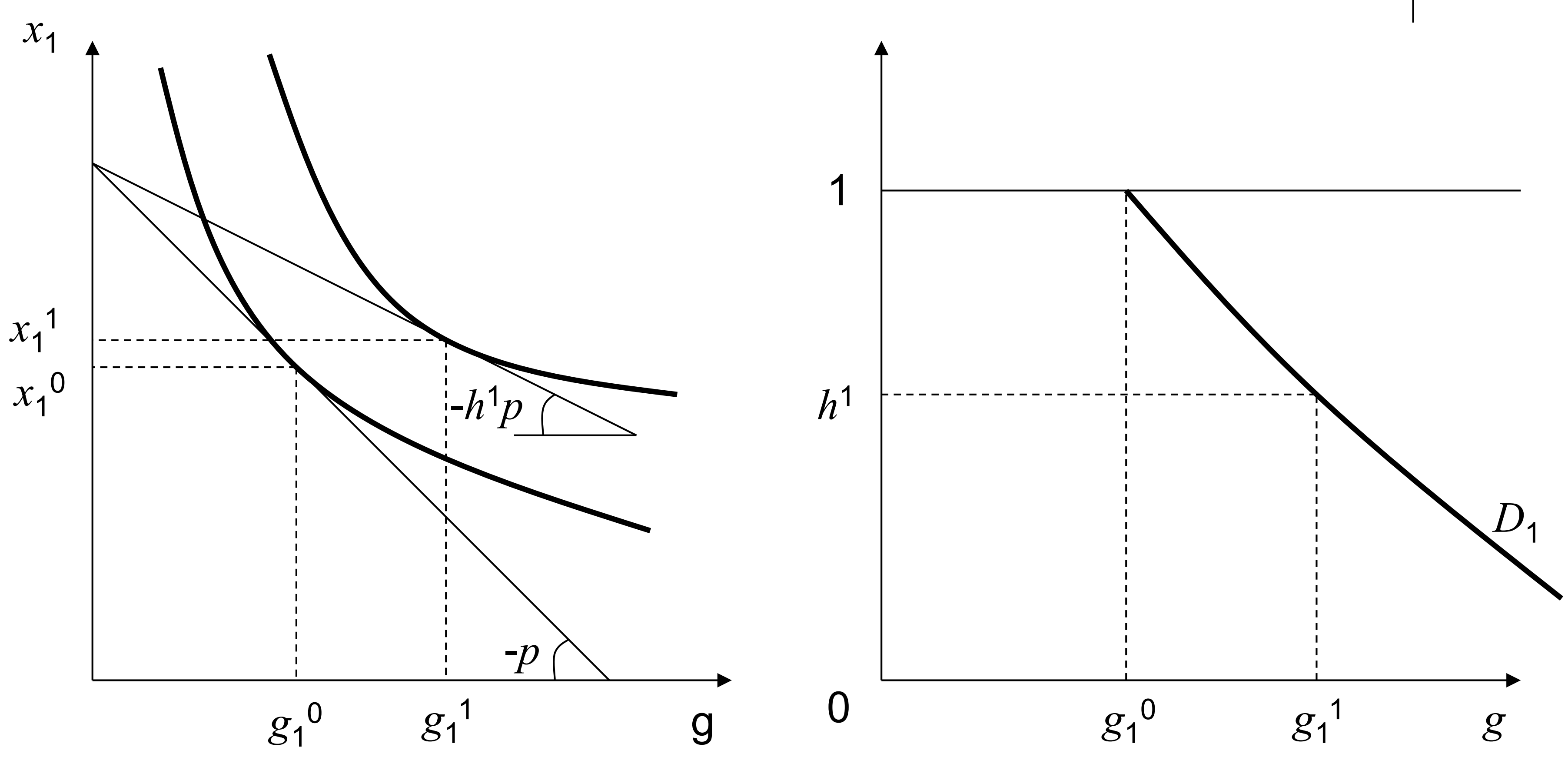
  $I_1$, $I_2$

- ２消費者1, 2

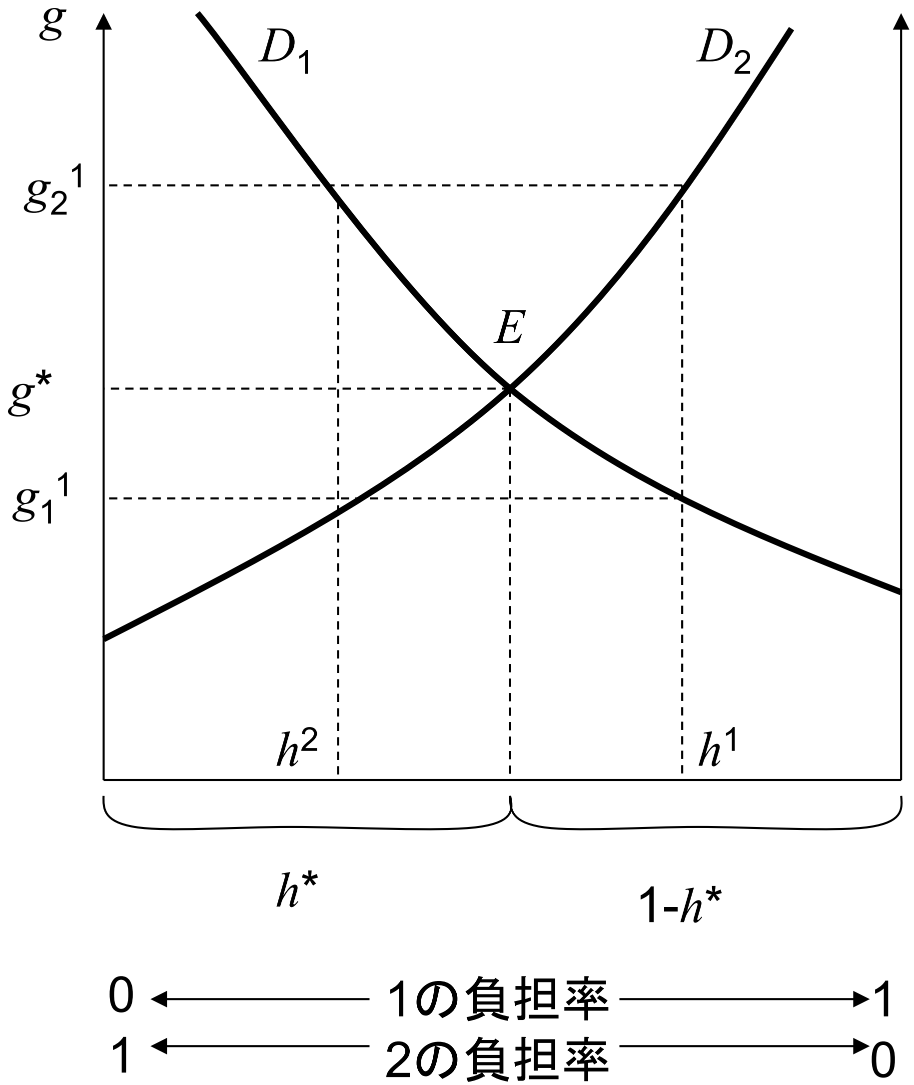
→政府の仲介により公共財の費用負担を決定

- 消費者1の負担率＝$h$　(0≦ $h$ ≦ 1)
- 消費者2の負担率＝1−$h$
- 消費者１の予算制約：　$x_1+hpg=I_1$
- 消費者2の予算制約：　$x_2+(1-h)pg=I_2$
- 公共財需要の決定
  - 所与の負担率のもとで，各人の負担率と限界利益(限界代替率)とを等しくする
- 公共財の需要曲線：$D_1$, $D_2$

→交点＝リンダール均衡



x1
x1 1
x1 0
-h1p
-p
g1 0
g1 1
g
1
h1
D1
0
g1 0
g1 1
g


g
D1
D2
g2 1
E
g*
g1 1
h2
h1
h*
1-h*
0
1の負担率
1
1
2の負担率
0

# リンダール・メカニズムの作動

- 需要量の不一致が個人間で生じたとき，需要量が多い人の負担率を引上げ，少ない人の負担率を引下げることで全員の需要量が一致するように調整するメカニズム
- ２人の公共財需要が一致する負担率

 →リンダール均衡 $E$
- メカニズムの作動
  - 費用負担率$h^1$→需要量$g_1{}^1$, $g_2{}^1$
  - $g_2{}^1 > g_1{}^1$→2の負担率引き上げ，1の負担率引き下げ
  - 負担率$h^2$→需要量$g_1{}^2$， $g_2{}^2$
  - $g_1{}^2 > g_2{}^2$→1の負担率引き上げ，2の負担率引き下げ
- リンダール均衡 $E=(h^*,g^*)$

消費者$i$の公共財の費用負担率を$h_i$（0＜$h_i$＜1）

消費者$i$の効用最大化問題

$$\max \quad U^i(x_i, g)$$
$$\text{s.t.} \quad I_i = x_i + h_i pg$$

したがって，

$$MRS_i = h_i p \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

集計すると

$$\sum_{i=1}^{n} MRS_i = \sum_{i=1}^{n} h_i p = p = MRT$$

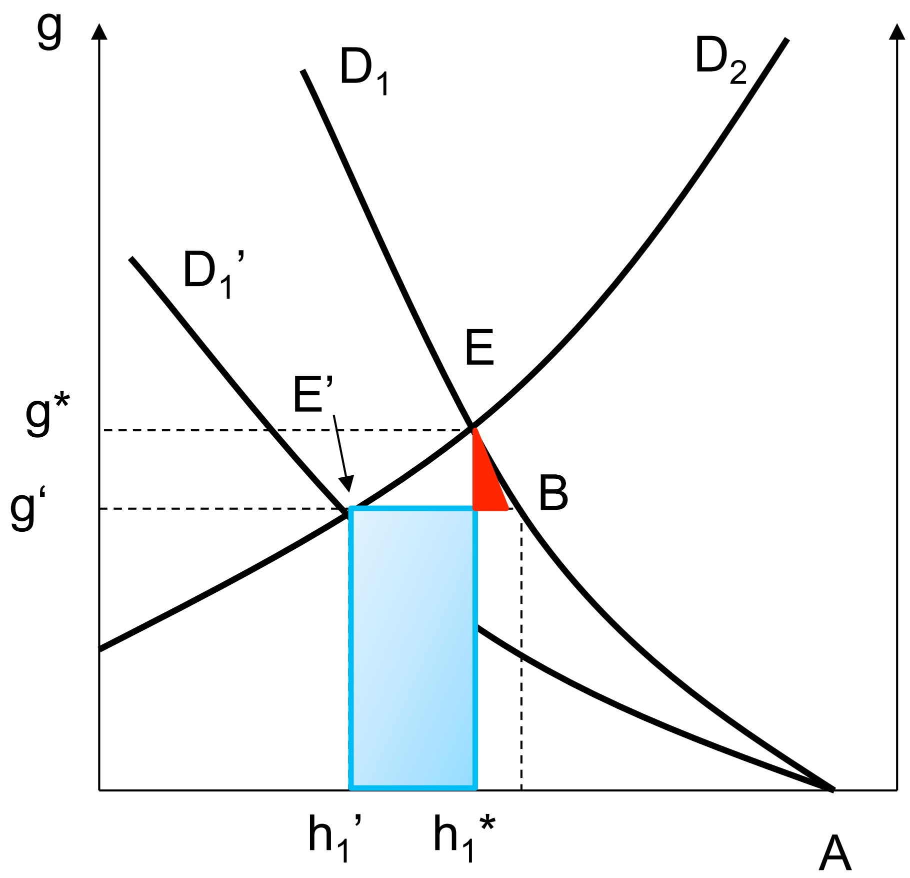
よって，リンダール・メカニズムによる公共財供給はサミュエルソン条件を満たす　→　パレート最適

# リンダール·メカニズムにおける公共財需要の過少報告

- 虚偽の報告のインセンティブ
- 消費者1

  $D_1 \rightarrow D_1'$
- 消費者余剰の変化

  $EAh_1^* \rightarrow E'BAh_1'$
- 過少申告のインセンティブの可能性がある


g
D1
D2
D1'
E
E'
g*
g'
B
h1'
h1*
A

# クラーク·メカニズム

- 政府は1単位の公共財を供給するか決定
- 各消費者の費用負担のルール
  - 公共財1単位の供給費用－他の消費者の公共財に対する効用の総和
- 各消費者は費用負担のルールを知ったうえで公共財1単位に対する効用を政府に表明
- 政府は各消費者の表明した効用の総和が供給費用を上回れば公共財を供給し，下回れば供給しない

# 虚偽の選好表明

- 消費者は$n$人（$1,2,\ldots,n$）
- 消費者$i$の公共財1単位に対する効用＝$u^*_i$
- 公共財1単位の供給費用＝$p$
- 消費者$i$は政府に対して虚偽の効用を表明できる
- 結果的に自らの真の効用$u^*_i$を表明する
- 消費者$i$（$i$＝$1,2,\ldots,n$）が政府に表明する効用＝$u_i$
- 消費者$i$の費用負担＝$p-\sum_{j\neq i} u_j$

① $u^*_i + \sum_{j \neq i} u_j > p$ の場合

$i$ の表明する $u_i$ が

$u_i + \sum_{j \neq i} u_j \geq p$ を満たす限り，公共財は供給

$i$ の利得は $u^*_i + \sum_{j \neq i} u_j - p$

この値は正．一方，$u_i$ として $u_i + \sum_{j \neq i} u_j < p$

を表明すれば，公共財は供給されない

利得は0．$i$ にとっては公共財は供給されるのが望ましく，また，あえて真の効用である $u^*_i$ 以外を表明する誘因はない

② $u^*_i + \sum_{j \neq i} u_j = p$　の場合

$i$の表明する$u_i$が $u_i + \sum_{j \neq i} u_j \geq p$

を満たすならば公共財は供給．$i$の利得はちょうど0．一方，$u_i$として $u_i + \sum_{j \neq i} u_j < p$

を表明すれば公共財は供給されずに利得は0．
$i$ がどのような $u_i$ を表明しようとも，公共財が供給されようがされまいが，$i$ の利得は0．
したがって，真の効用 $u^*_i$ 以外のものを表明する誘因はない．

③ $u^*_i + \sum_{j \neq i} u_j < p$ の場合

$i$ の表明する $u_i$ が $u_i + \sum_{j \neq i} u_j \geq p$ を満た

すならば公共財は供給されるが，$i$ の利得は

$$u^*_i + \sum_{j \neq i} u_j - p$$

であり，負となる．一方，$u_i$ として

$$u_i + \sum_{j \neq i} u_j < p$$

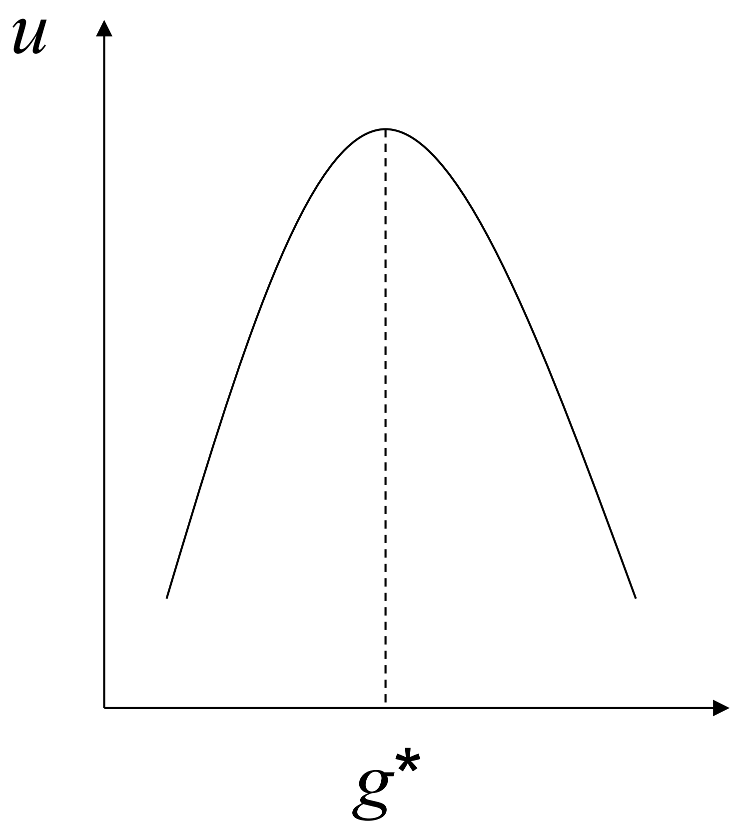
を表明すれば，公共財は供給されず利得は0.
$i$ にとっては公共財は供給されない方がよい．
真の効用である $u^*_i$ を表明するのが最適．

# 民主主義下の社会的意思決定

- 単純多数決投票による社会的意思決定
- 投票者が最適と考える公共財供給量
- 2つの選択肢ごとに順次投票
- 他の全ての選択肢に勝利するもの＝社会的決定
- **コンドルセ勝者**(Condorcet winner)
- すべての投票者は単峰型選好を持つ
- 各投票者の公共財費用負担率はあらかじめ決定
- すべての投票者の費用負担率は等しい

# 公共財の供給メカニズム（Ⅱ）：ボーエンの投票モデル

- 単峰型選好
  - 最も好ましい選択肢から離れるほど望ましさが低下
- 中位投票者
- 中位投票者定理
  - 単峰型選好の仮定の下では，中位投票者がコンドルセ勝者になる



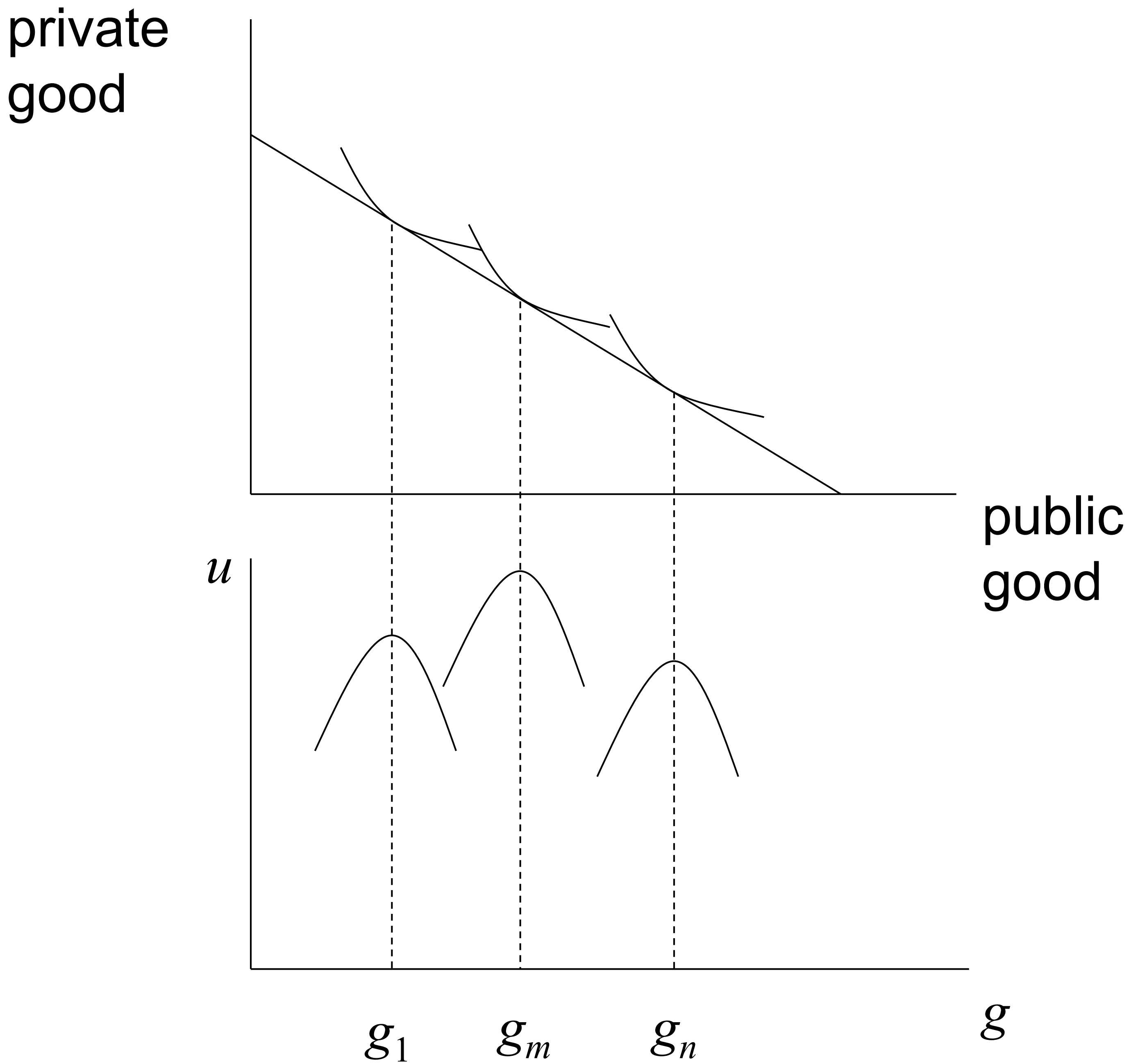
## $n$は奇数、均等負担

$$U^h = U^h\left(I^h - \frac{pg}{n}, g\right)$$

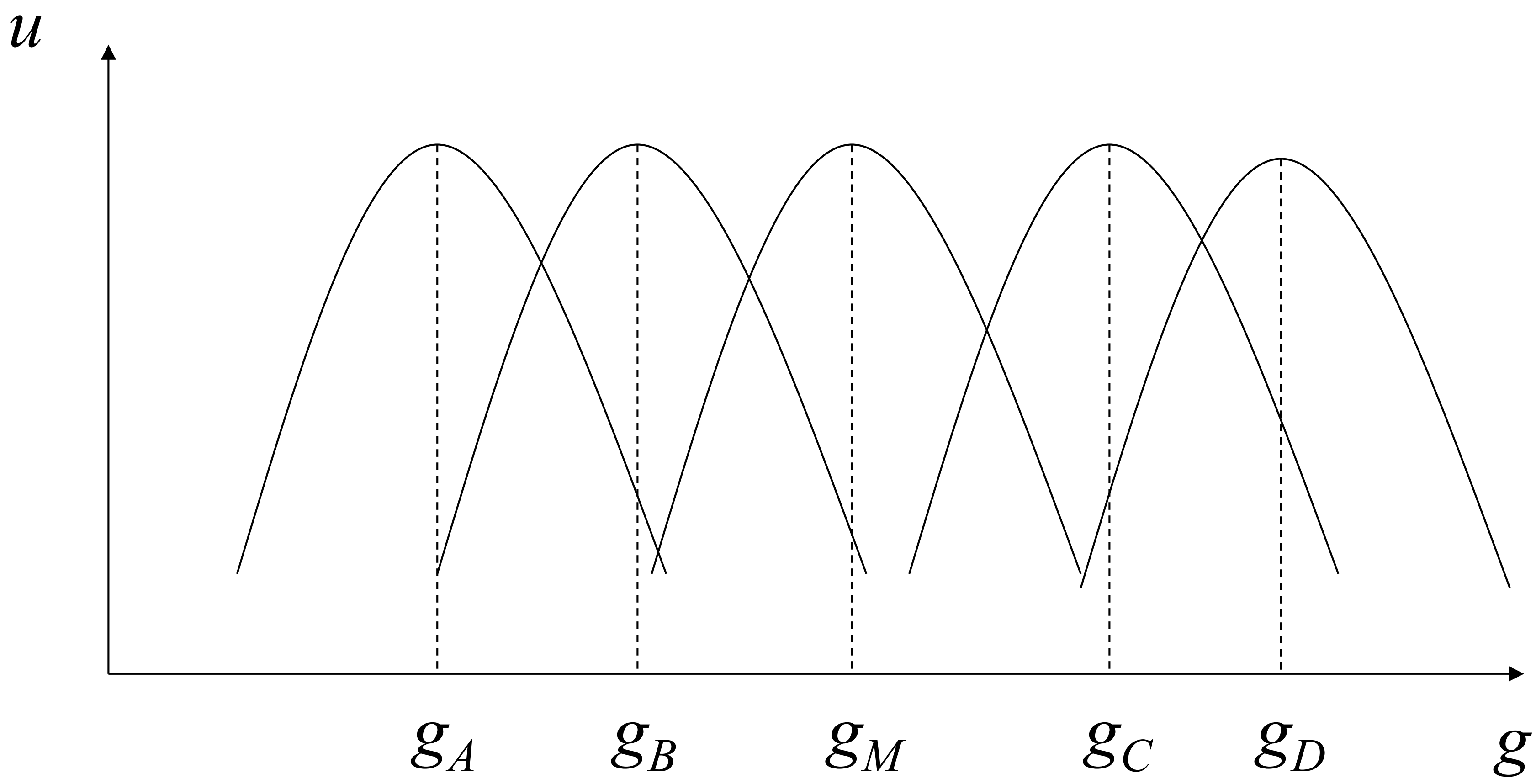
$$\frac{dU^h}{dg} = \frac{\partial U^h}{\partial x^h}\left(-\frac{pg}{n}\right) + \frac{\partial U^h}{\partial g} = 0$$

$$\therefore MRS^h_{g,x} = \frac{\partial U^h}{\partial x^h} \div \frac{\partial U^h}{\partial g} = \frac{pg}{n}$$

$$\Rightarrow g^h \ \ (\text{optimal for } h)$$


private good
public good
u
g
g1
gm
gn

# 中位投票者定理



# 中位投票者モデルの問題点

- サミュエルソン条件は必ずしも満たされない
- 2次元以上では投票のパラドックスの可能性

$a$, $b$, $c$ ３人の個人
$x$, $y$, $z$ ３つの選択対象
(2つの公共財の供給量組み合わせ)

# 2次元空間内の単峰型選好

- ３人の選好：

$$R_a;\ x \succ y \succ z$$

$$R_{\mathrm{b}};\ y \succ z \succ x$$

$$R_{\mathrm{c}};\ z \succ x \succ y$$

- この選好ではサイクルが生じる