

1997年
第4回 日本情報オリンピック
本選問題

注意事項

1. 試験開始の指示のあるまでこの用紙を開いたり、透かして見たりしてはいけません。
2. 電卓、パソコン等を使用してはいけません。
3. 問題は4問、試験時間は4時間です。
配点は各問に書かれている通りで、80点満点です。
4. プログラムを記述する問題はいずれも、プログラムの方針・用いるアルゴリズムがどのようなものであるか、その要点を述べ（プログラム内にコメントとして書いても良い）それに従ったプログラムを書いてください。説明の明瞭さ、用いたアルゴリズムの効率の善し悪し、コーディングの善し悪しも採点の対象になります。
5. 試験開始後まず、すべての解答用紙の該当欄に受験番号と氏名と電話番号を記入して下さい。
6. 解答に用いる言語を C, C++, BASIC, PASCAL の中から1つ選び、選択した言語を解答用紙の該当欄に記入してから解答してください。
7. 解答用紙だけを回収します。

1997年2月11日

IOI 日本委員会

1. (20点) n 個 ($n \leq 100$) の相異なる正整数からなる列 $S = x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n$ を考える。 S の要素からいくつかの数を選び出し、 S 中の順番で並べたものを S の部分列と呼ぶ。 S が与えられたとき、 S の部分列で単調増加列あるいは単調減少列になっているもののうち、列の長さが最大であるものを一つ見つけるプログラムをつくれ。

例 $S = 1 \ 3 \ 10 \ 8 \ 5 \ 6 \ 4$ を考える。

- $1 \ 8 \ 10$ は S の部分列でない。
- $1 \ 10 \ 8$ は S の部分列であるが、単調増加列でも単調減少列でもない。
- $1 \ 3 \ 10$ は、 S の部分列で単調増加列である。
- $10 \ 8 \ 6$ は、 S の部分列で単調減少列である。
- $1 \ 3 \ 5 \ 6$ は、 S の単調な部分列で最長なものの一つである。
 $10 \ 8 \ 5 \ 4$ もまた、 S の単調な部分列で最長なものの一つである。

入力ファイル

正整数列 S は、ファイル INPUT.TXT に次のような形式で書かれている。 INPUT.TXT は $n+1$ 行からなり、1行目には S の長さ n が書かれており、それに続く n 行には、 S の要素が順番に1つずつ書かれている。

出力ファイル

出力は、ファイル OUTPUT.TXT に次のような形式で行え。最初の行に S の単調な部分列の最大長を書き、2行目から、最大長となる部分列の各要素を順番に1行に1つずつ書き出せ。

2. (20点) n 個 ($n \leq 30$) の正数からなる集合 $S_n = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ がある。 S_n に対して、

$$s_1 \times a_1 + s_2 \times a_2 + \dots + s_n \times a_n \quad \text{ただし、各 } s_i \text{ は、 } 1 \text{ または } -1 \text{ である}$$

と表現できる数を考える。このような表現は 2^n 通りあるが、これらが 0 をはさんだ連続した整数、

$$\text{例 } -2^{n-1}, -2^{n-1} + 1, \dots, -2, -1, 1, 2, 3, \dots, 2^{n-1} - 1, 2^{n-1}$$

となる時、 S_n は、条件 (B) を満たすという。任意の正整数 n に対して、条件 (B) を満たす S_n はただ一つ存在する。このような集合を $B_n = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ と呼ぶ。ただし、 $b_1 < b_2 < \dots < b_n$ とする。

例えば、

$$B_1 = \{1\}$$

$$B_2 = \{1/2, 3/2\}$$

$$B_3 = \{1/2, 1, 5/2\}$$

である。

(1) B_n を求めよ。(答えだけで良い。)

(2) 正整数 n と $1 \leq |i| \leq 2^{n-1}$ なる整数 i が与えられたとき、

$$i = s_1 \times b_1 + s_2 \times b_2 + \dots + s_n \times b_n$$

となる 1 と -1 とからなる数列 $s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n$ を生成するプログラムをつくれ。

入力ファイル

入力データは、ファイル INPUT.TXT で与えられる。INPUT.TXT の 1 行目には、正整数 n が、2 行目には、整数 i が書かれている。

出力ファイル

出力は、ファイル OUTPUT.TXT に行え。 i 行目に、 s_i を書き出せ。

3. (20点) 図1のように方眼紙に迷路が書かれている。この迷路を解くプログラムを以下の仕様に従って作成せよ。

方眼紙の各柵目の‘*’は壁(障害物)を‘.’は道を表す。方眼紙の左から数えて x 番め、上から数えて y 番目の柵目を座標 (x, y) の柵目と呼ぶ。例えば図2は始点が $(1, 1)$ で終点が $(4, 10)$ の場合である。

入力ファイル

入力データは、ファイル INPUT.TXT で与えられる。1行目には方眼紙の横の柵目の個数 m と縦の柵目の個数 n が空白で区切られて入っている ($m, n \leq 100$)。2行目には始点の柵目の座標が x -座標, y -座標 の順に空白で区切られて、3行目には終点の柵目の座標が始点と同様に入っている。3 + i 行目 ($i = 1, 2, \dots, n$) には、座標が $(1, i), (2, i), \dots, (m, i)$ の柵目の状態が順番に ‘*’ であるか ‘.’ であるかが区切りなしに書かれている。

出力ファイル

出力は ファイル OUTPUT.TXT に行く。INPUT.TXT の4行目以降と同様に1行に y 座標の等しい柵目の状態を出力する。この際、始点から終点までの経路にあたる道は ‘+’ を出力する。但し、終点までの経路が2つ以上ある場合には最短経路(通る柵目の個数が最小のもの)を1つだけ出力し、終点に行くことができない場合には経路を出力しない (INPUT.TXT の4行目以降と同じものを出力する)。

表 1,2 は図 1,2 の場合の入力、出力ファイルの例である。

.	.	.	*	*
*	*	.	*	*	.	*	*	.	.
.	.	.	*	.	.	*	.	.	*
.	*	*	*	*	.	*	*	.	*
.	*	.	*
*	*	.	*	.	*	*	*	.	.
.	.	.	*	.	*	.	.	.	*
*	*	.	.	.	*	.	*	.	*
.	.	.	*	*	*	.	*	.	*
.	*	*	*	.	.

図 1

.	.	.	*	*
*	*	.	*	*	.	*	*	.	.
.	.	.	*	.	.	*	.	.	*
.	*	*	*	*	.	*	*	.	*
.	*	.	*
*	*	.	*	.	*	*	*	.	.
.	.	.	*	.	*	.	.	.	*
*	*	.	.	.	*	.	*	.	*
.	.	.	*	*	*	.	*	.	*
.	*	*	*	.	.

図 2

INPUT.TXT
10 10
1 1
4 10
...*.....*
**.*.*.*..
...*...*..*
.*****.*.*
.....*.*
**.*.*.*..
...*.*...*
**...*.*.*
...***.*.*
.**...*..

表 1

OUTPUT.TXT
+++*.++++*
+***+.
+++*.+*.**
+*****+**
+++++*.**
.*.*+.
...*.++++*
...+.*
...*****.*
.*****+*..

表 2

4. (20点) W大学のM教授はプログラミングの課題を出した。それはいくつかの入力データに対してある操作を行うプログラムの作成である。M教授の授業を受講しているA君とB君はそれぞれ自宅のコンピュータを使って、その課題をレポートにまとめて提出した。レポートには教授の用意したサンプルデータに関してプログラムを実行した実行結果とそれに要した実行時間がまとめられている。

2人のプログラムが正しく動作していることを確認したM教授はプログラムの実行時間が短い方に優秀な成績をつけることにした。しかし、2人のコンピュータは機種が異なるため単純に実行時間で比較することは出来ない。そこで、A君、B君のそれぞれのプログラムの入力データの個数 N に対しての平均の実行時間 a_N, b_N を調べると

$$\begin{cases} a_{2N} = 2a_N + 4N \\ b_{2N} = b_N + N^2 \end{cases} \quad (N \geq 1)$$

という性質があることがわかった。これはコンピュータの機種に関係なく成り立つ性質であることが予想される。

十分大きい N に対して、同じコンピュータで実行したときA君とB君のプログラムの実行時間の比較をなさい。ただし、実行時間は入力データに関して増加関数になっているものとする。