

A-1 [10点] 4つの自然数 A, B, C, D が与えられたとき、それらの最大公約数と最小公倍数を求めるプログラムを作れ。

ただし、入力は標準入力（キーボード）から行い、出力は標準出力（ディスプレイ）に行うものとする。

A-2 [10点] 最大で 32767 までの大きさの整数を扱えるコンピュータを利用して、その限界より大きい2つの8桁の整数 A, B が与えられたとき、それらの2つの数の積を求める方法を考える。2数を1桁ずつに区切ってそれぞれ配列に格納し、それらの桁ごとの積を下桁から順に求め、繰り上がりの処理を行いながら第3の配列に格納し、上の桁から順に取り出せば、これらの積が求められる。この計算をするプログラムを作れ。あるいは、同じ計算をより効率良く実現する方法があれば、その考え方を示して、その計算をするプログラムを作れ。

ただし、入力は標準入力（キーボード）から行い、出力は標準出力（ディスプレイ）に行うものとする。

A-3 [10点] 2よりも大きな偶数は、2つの素数の和で表されると予想されている。例えば、 $12 = 5 + 7$, $26 = 13 + 13$ 。この予想が正しいと仮定して、偶数 E が与えられたとき、和が E となる素数の対を1つ見つけるプログラムを作れ。

入力ファイル ファイル INPUT.TXT の最初の行には、データの個数を表す正整数 n が書かれており、その行に続く n 行には、偶数が1つずつ書かれている。

出力ファイル ファイル OUTPUT.TXT の m 行目には、和が INPUT.TXT の m 番目の偶数となる素数の対を1つ書け。ただし、2つの素数は1つの空白記号で区切ることにし、書き出す2つの素数が同じでないときには、小さいものを最初を書くこととする。

A-4 [15点]

書類や資料を整理する方法のひとつに次のような整理法がある。

- 新しく届いた資料は整理棚の一番左側に置く
- 資料を探すときは、整理棚にある資料を左から順番に探してゆき、探し出した資料は使い終わると整理棚の一番左側に置く

この整理方法を模倣するプログラムを作りたい。ただし、探し出した資料を使い終わり整理棚の一番左に戻すまで、新しい資料が届いたり、資料を探し出すという次の要求は起きないものとする。

入力ファイル ファイル INPUT.TXT の各行には、先頭に“N”か“F”の文字が書かれており、それに続く1つの空白記号の後に長さ1以上8以下の文字列が書かれている。この文字列は、英語のアルファベットの小文字（[a-z]）のみからなるものとする。

“N”は新しい(New)資料が届いたことを表し、それに続く文字列は、その資料のタイトルとする。“F”は、それに続く文字列をタイトルとして持つ資料を見つける(Find)ことを表すものとする。

INPUT.TXTの最後の行には“.”だけが書かれているものとする。また、INPUT.TXTの先頭の行から順番に要求が起きるものとし、届けられる資料は、すべて相異なるタイトルを持つものとする。

出力ファイル ファイル INPUT.TXT から“N”で始まる行を読み込んだ場合は、ファイル OUTPUT.TXT に何も書き込まない。ファイル INPUT.TXT から“F”で始まる行を読み込んだ場合は、そのタイトルの資料を見つけるまでにいくつかの資料を調べるか、つまり、その資料は左から何番目にあるかを、ファイル OUTPUT.TXT に書き込み改行せよ。最後まで調べて見つからない、つまり、その資料が整理棚にない場合には、その時点で整理棚にある資料の数に1を足した数を、ファイル OUTPUT.TXT に書き込み改行せよ。

A-5 [15点]

複数の計算式が与えられているものとする。計算式の右辺にある変数の値だけが変更されるとき与えられた計算式をそれぞれ1回計算しなおすだけで正しい結果が得られるように計算式の計算順序を求めるプログラムを作れ。

計算式は、 $\langle \text{変数} \rangle = \langle \text{項} \rangle \langle \text{演算} \rangle \langle \text{項} \rangle$ の形式のものだけとする。ただし、 $\langle \text{項} \rangle$ とは、 $\langle \text{変数} \rangle$ または $\langle \text{定数} \rangle$ で、 $\langle \text{変数} \rangle$ は、英大文字4文字以内、 $\langle \text{定数} \rangle$ は、10000未満の自然数、 $\langle \text{演算} \rangle$ は、 $+$ 、 $-$ 、 $*$ 、 $/$ の4種類とする。また、計算式にある $\langle \text{項} \rangle$ のうち少なくとも1つは $\langle \text{変数} \rangle$ であることとする。

計算順序が何通りもあるものは、そのうちの1つだけを出力する。計算式の個数は、1000個以内とする。与えられた計算式は正しいものとして、エラーの処理は必要ない。計算が循環するようなもの(例えば、 $A=B+2$, $B=C-4$, $C=5*A$)は入力として与えられないものとする。

入力ファイル ファイル INPUT.TXT には、1行に1つの計算式が書かれており、 $\langle \text{変数} \rangle$ や $\langle \text{演算} \rangle$ などは空白で区切られているものとする。

出力ファイル ファイル OUTPUT.TXT には、計算していく順序にしたがい1行目から順に1つの計算式を書き出せ。

例1

入力ファイル	出力ファイル
$F = A + B$	$B = D + 9$
$A = B - 321$	$A = B - 321$
$B = D + 9$	$F = A + B$

(解は1つしかない)

例2

入力ファイル	出力ファイル
$SA = BA + BB$	$SA = BA + BB$
$SB = BC + BD$	$SB = BC + BD$
$S = SA + SB$	$S = SA + SB$
$X = Y / Z$	$XA = A + 4$
$Z = XA * XA$	$XB = 20 / A$
$Y = XB * XB$	$Z = XA * XA$
$XA = A + 4$	$Y = XB * XB$
$XB = 20 / A$	$X = Y / Z$

(解は他にもある)

B-1 [15 点]

$f_n(x)$ を以下の漸化式を満たす多項式の列とする。

$$f_0(x) = 0$$

$$f_1(x) = 1$$

$$f_n(x) - f_{n-2}(x) = x f_{n-1}(x)$$

(1) $f_n(x)$ の 1 次の係数を求めよ。

(2) $f_n(x)$ の 2 次の係数を求めよ。

B-2 [15 点]

相異なる 8 個の数が書かれている 8 枚のカードがあり、それらが裏返しに置かれている。これらのうちの 2 枚のカードについて、それらに書かれている数の大小を比較する操作を繰り返す。ただし、これらの操作の過程でカードの表に書かれている数自身を記憶することはできない。

(1) 最大の数が書かれているカードと最小の数が書かれているカードを見つける手順で、比較の回数が最小のものを示せ。

(2) 最大の数が書かれているカードと 2 番目に大きい数が書かれているカードを見つける手順で、比較の回数が最小のものを示せ。また、この手順が最小である理由を述べよ。

B-3 [10 点]

1 から 10 までの整数が表に書かれているカードがそれぞれ 3 枚ずつ計 30 枚ある。これらのカードを使って、次のような一人カード遊びを考える。

裏返しにしたカードをよく混ぜ、3 枚ずつ 10 個のグループに分け、これらの 10 個のグループを横一列に並べる。(各グループは、3 枚のカードが裏返し(数字が見えない状態)で重ねられている。)グループには、左から順に $1, 2, \dots, 10$ のラベルを付ける。最初は、1 とラベル付けされたグループの一番上のカードを開ける。それ以降は、直前に開けたカードの数字と同じラベルの付いたグループの一番上のカードを開ける最後までカードを開けることができればプレイヤーの勝ちとし、開けることのできないカードが残ればプレイヤーの負けとする。

プレイヤーの勝つ確率を求めよ。また、どのようにその確率を求めたかを説明(証明)せよ。ここで、確率とは、

$$\frac{\text{(勝つカードの配り方の総数)}}{\text{(カードの配り方の総数)}}$$

のこととする。