

アービトラージ戦略のリスク・リターン評価*

四塚利樹

郵政研究所研究叢書『金融の新しい流れ』
(松浦克巳・米澤康博編) 第12章

日本評論社 2002年刊

* 郵政研究所ファイナンス・フォーラム集中研究会(2000年10月、湘南国際村センター)においてコメントを頂いた参加者の方々、とくに討論者の斎藤誠教授(一橋大学)に感謝申し上げたい。また本論文の原形は、関西ファイナンス・フォーラムおよび日本銀行金融研究所においても報告の機会を与えていただいた。併せて謝意を表したい。

はじめに

アービトラージとは、「相対的に割安な資産に投資すると同時に、これと極めて類似した割高な資産をショートするトレーディング戦略」である。割高・割安度の修正（市場価格の理論価格への収束）にともなって、限られたリスクで「収束利益」を得ることができるという予想のもとに行なわれる。アービトラージの圧力が存在することによって、結果的に割安な資産の価格は上昇（割高な資産の価格は下落）し、ほぼ同一のキャッシュフローを持つふたつの証券には、ほぼ同一の価格（一物一価）が成立することになる。このように、アービトラージは資本市場の効率性を向上させる最も基本的なメカニズムのひとつになっている。

株価や金利は企業・家計の意思決定において重要なシグナルとしての役割を持っているが、それらが合理的な資源配分をもたらすためには、上のようなアービトラージのメカニズムが機能していることが最低限必要である。近年では企業の資金調達手段も多様化し、さまざまな証券の発行・取引が見られるが、同一企業が発行する普通株式・優先株式・転換社債・普通社債などの間には、理論的にみて一定の関係が成立しているはずである。それらの相対価格が理論的關係から著しく乖離している場合にも、企業の投資選択や資金調達手段の選択が歪められることが予想される。

このように重要な役割を果たしているアービトラージだが、そのリスクとリターンのメカニズムは、機関投資家などの金融市場関係者の間でも広く理解されているとはいいがたい。実際のアービトラージ活動のほとんどは高度に特化した専門家（大手金融機関のアービトラージ部門や「相対価値」型ヘッジファンド）によって、他人（機関投資家や個人富裕層）の資本を用いて行われる。資金を委託される運用者は、投資家に対して情報優位にあり（「情報の非対称性」）、かつ投資家とかならずしも利害が一致するとはかぎらない。このために生じるエージェント問題が、アービトラージの供給を抑制している可能性は高い。

本章では、このような視点から、アービトラージ戦略を概念的に整理し、そのリスク・リターン特性を理論的に検討する。議論に具体性を持たせるため、かつて実在した日本株ワラントを例にとってアービトラージのスキームを説明し、収益の確率過程について簡単な分析を提示したい。その目的は市場の均衡解を求めることではなく、アービトラージにおけるエージェント問題の具体的な形と重要性を例示することにある。また、アービトラージ戦略のパフォーマンス評価を念頭においたシャープ・レシオや分散比を定義し、アービトラージのクオリティ推定についてひとつの提案を行う。

第1節 アービトラージの役割と限界

1.1 アービトラージの定義

教科書的定義によると、「アービトラージ」とは、リスクなしに「無から有を生む」ような投資戦略（初期純投資がゼロでありながら、一定時間経過後に正のペイオフが得られる確率がゼロでなく、かつ負のペイオフの確率がゼロであるようなトレーディング戦略）である。¹ このような厳密な意味でのアービトラージ機会が存在しないという条件は、ブラック＝ショールズ式をはじめとするオプション・プライシング・モデルの導出において中心的な役割を果たしており、例えば金利デリバティブの世界ではそのような条件を満たすタームストラクチャー・モデルに関して膨大な研究が行われてきた。さらに視野を広げれば、この条件はいわゆる効率的市場仮説の根拠のひとつであり、APTをはじめとする資産価格理論全般の基礎ともなっている。

こうしたアカデミックな用語法に対し、実務家の間では「アービトラージ」という言葉はより広い意味で使われるのが普通である。一般的な言い方をすれば、「相対的に割安な資産に投資すると同時に、これと密接な関係がある（リスク・ファクターのほとんどを共有する）割高な資産をショートすることによって、限られたリスクで収束利益を得ようとするトレーディング戦略」ということになる。ここで「収束利益」とは、割安な資産と割高な資産の価格が適正水準（fair value）に収束（converge）することによって実現される利益を指す。各資産の価格変動リスクは主なリスク・ファクターに分解され、ミスプライシングの源泉となっているもの以外のリスク・ファクターについては、エクスポージャーをできるだけゼロに近づけるようにポジションが構築される。

このような広義のアービトラージ戦略は「相対価値トレーディング戦略」とも呼ばれる。多くの場合、割安・割高の判断にはモデルやパラメータに関する仮定が必要であり、純粋なアービトラージと異なってペイオフが負になる可能性は排除できない。しかし、市場の効率化に伴って単純なアービトラージ機会はほぼ消滅しているため、より複雑でリスクな取引がアービトラージの名のもとに行われるようになってきているのが実状である。広義のアービトラージ戦略を概念的に分類するならば、次のように整理することができる。

¹ 厳密には、このような投資機会を「第一種のアービトラージ機会」と呼ぶ。これに対し、「現時点における負の投資が将来に非負のペイオフをもたらすような戦略」は「第二種のアービトラージ機会」と呼ばれ、若干異なった理論的インプリケーションを持つ。

(1) コンバージェンス・トレード：先物裁定取引のように、SQ等の決済メカニズムを通じて先物市場価格の理論価格への収束が保証され、(取引費用等を考慮した上で)現物・先物間にミスプライシングが存在すればほぼ確実に収束利益が得られる取引。狭義のアービトラージとも言う。

(2) 条件付コンバージェンス・トレード：使用されるプライシング・モデルの構造やパラメータなどに関する仮定が近似的に正しい場合に収束利益が(平均的に)期待できる取引。例としては、割安な株式ワラント・転換社債等に投資する一方で、現物株や株価指数先物をショートしてダイナミック・ヘッジを実行するものなど。

(3) その他の相対価値トレード：密接な関係があるものの必ずしも理論的には収束が保証されない資産間のアービトラージ。金利スワップレートと国債イールドの関係(スワップ・スプレッド)に着目するもの、あるいは各種イールドカーブの形状の「歪み」を利用するものなど。

1.2 ヘッジファンドとアービトラージ

ヘッジファンドにおけるアービトラージ戦略の代表的なものには、「転換社債アービトラージ」や「債券アービトラージ」などがある。たとえば転換社債アービトラージの場合は、株式や普通社債の市場価格、株式ボラティリティ、金利や取引費用等に基づいて転換社債の理論価格(fair value)を計算し、もし十分割安と判断されれば、転換社債を購入して、現物株式をショートする。その後はダイナミック・ヘッジを連続的におこなうことにより、転換社債の市場価格が適正価格に収束する過程で収束収益を獲得する。いわゆる債券アービトラージのなかにはさまざまなものがあるが、ロングとショートのポジションを適切に組み合わせることによって、ミスプライシングの解消(フェアバリューへの収束)にともなう利益を狙う点は同じである。主な投資対象は、国債や金利スワップ、およびそれらを原資産とするデリバティブだが、マーケット・ニュートラルな戦略であるため、マクロ的な金利動向によって大きな利益・損失が発生することは少ない。²

このようなトレーディング戦略の存在は次第に広く知られるようになったが、市場におけるさまざまなフリクシオンのために、アービトラージ機会は依然として消滅していない。主なフリクションとしては、まず取引コストの存在が挙げられる。Leland (1985)、Boyle and Vorst (1992)らは、原資産取引コストの存在を仮定したうえで、リスクレス・アービトラージの論理によりオプション価格の上限・下限を導出したが、実際には市場価格がアービトラージ不

² 詳しくは三上・四塚(2000)参照。

可能な上限を上回る（または下限を下回る）に至らなくとも、そのいずれかに近づけば、ペイオフの確率分布がきわめて魅力的になるため、アービトラージに類似した取引が誘発される可能性がある。Tuckman and Vila (1992a, b)はこのような行動を説明するために、（取引コストがゼロの場合を基準とした）ミスプライシングの大きさに応じて（有限規模の）アービトラージがおこなわれるようなモデルを提案した。このモデルでは、均衡においてミスプライシングとアービトラージ活動が共存することになる。

フリクシヨンのもうひとつの重要な源泉は、一般投資家とプロフェッショナルな運用者の間に存在するエージェンシー問題である。Shleifer and Vishny (1997)は、情報の非対称性と流動性リスクによる「アービトラージの限界」を分析し、ある意味で 1998 年のグローバル金融危機を予言したとも言える論文である。アービトラージ型ヘッジファンドなどが現実に実行するトレーディング戦略の多くは複雑で、一般投資家にとって理解可能な水準を超えており、一方ではそのような参入障壁が利益の源泉となっているのだが、他方それは投資家を運用者に対して情報劣位に置く要因でもある。情報劣位にある投資家は、運用手法をリアルタイムで適切に評価することができないため、一時的損失に対して過剰反応し、長期のホライズンを持った運用を困難にする。Shleifer and Vishny は、エージェンシー問題がアービトラージ活動の供給を抑制する働きを持つこと、そしてその結果、アービトラージ機会が消滅しにくいことを明らかにした。

ところで、取引コストも非対称情報もない世界では、最終的なペイオフに不確実性がない「純粹」なアービトラージ機会は直ちに消滅すると考えられてきた。しかし流動性リスクを扱った最近のいくつかの論文（Loewenstein and Willard (2000), Liu and Longstaff (2000)）では、かならずしもそうは言えないことが示されている。Liu and Longstaff は、アービトラージャーがレバレッジを利用してポジションを構築する際に必要となるマージン（margin requirement）を明示的に考慮し、最適なポートフォリオ・ルールを導いた。Loewenstein and Willard は、アービトラージャー（「ヘッジファンド」）以外の主体に確率的なタイミングで流動性需要が発生する Overlapping Generations Model (OLG) の枠組みを使って「流動性リスク」を定式化し、流動性の供給者としてのヘッジファンドの役割に注目した。彼らのモデルの均衡を見ると、流動性リスクが重要なケースでは、ヘッジファンドは流動性を供給することに対する報酬をアービトラージ利益の形で受け取ることになる。

流動性の重要性は 1998 年の LTCM 危機を見ても明らかだが、Loewenstein and Willard のように、純粹に流動性リスクによってのみアービトラージの限界を議論することには若干無理があるように思われる。それは、本来短期的な流動性をあまり必要としない生保・年金などの大規模な機関投資家の存在を無視することに近い。これらの長期投資家が、確実な

ペイオフをもたらすアービトラージになぜ直ちに流動性を供給しないのかという疑問は、なんらかのフリクションを導入しなければ説明困難であろう。

第2節 アービトラージの複雑性とエージェンシー問題

2.1 リスク・ファクターの特異性

アービトラージ戦略を理解するためには、金融技術や市場に関する知識が必要であり、非専門家である投資家にとっては非対称情報の問題が深刻である。実際のアービトラージ活動のほとんどは *delegated portfolio management* の形をとり、高度に特化した専門家（大手金融機関のアービトラージ部門や「相対価値」型ヘッジファンド）によって、他人の資本を用いて行われる。このために生じるエージェンシー問題が、アービトラージの供給を抑制している可能性は高い。

もちろん情報の非対称性はアービトラージに限られた問題ではない。一般的に言って、他人の資金を預かって運用するビジネスのクオリティを評価することは容易ではない。ファンドが掲げる目的に合致した運用が、実際におこなわれているのか。情報の収集や分析はどのようにおこなわれているのか。ファンド・マネジャーは本当に運用能力を持っていて最善の努力を注いでいるのか。リスク管理体制はどうなっているのか。損失が発生したときの説明は信用できるのか。儲かったのは、単なる偶然ではないのか。

たとえば、年金基金や投資信託等の運用も *delegated portfolio management* の一種であり、潜在的にはエージェンシー問題を抱えている。しかし、それらの多くではベンチマーク・ポートフォリオが比較的安定しており、代表的なアセット・クラス・ファクター（株価指数、債券価格指数、為替レート等の主要な市場変数）との相関が高い（Sharpe (1992), Fung & Hsieh (1997)）。したがって一般投資家にとってもリスク・リターン（あるいはパフォーマンス）が理解しやすく、たとえば「今月のパフォーマンス悪化は、保有額の大きい米国債券の下落によるもの」などと納得することができる。いわゆるグローバル・マクロ型ヘッジファンドのように機会主義的にポジションを取る場合、アセット・クラス・ファクターとの相関は急速に変化することが多いが、それでもダイナミックな相関を検出することはできる（Fung & Hsieh）。

これに対し、アービトラージャーのトレーディング戦略においては、株価指数、金利、為替レート等のアセット・クラス・ファクターの方向性に賭けるという要素が基本的に排除されている一方で、かなりの大きさのアンシステムティック・リスクが残存しているのが普通である。トレーディング収益は、アセット・クラス・ファクターとの安定した相関を持たず、主

に「ミスプライシング」の変動、ヘッジング・エラーやショート・ポジション構築のコストなどに依存する。このように、アービトラージのリスクは特異かつ複雑であるために、一般投資家には理解し難いことが多い。重要な資金供給者である金融機関との関係においても同様な問題が発生する。たとえばアービトラージャーが債券を購入する場合、必要な資金のうち数パーセント(「ヘアカット」)を自己資金でまかない、残りの九十数パーセントを債券担保の借入(レボ取引など)で調達する。有担保の借入ではあるが、急激な市場変動によって担保が不足する可能性もあるため、アービトラージャーの信用力に対する金融機関の評価によって、どの程度のレバレッジが可能かが決まる。このように、アービトラージ活動への資金供給は、投資家だけでなく金融機関の行動にも左右される。

2.2 情報の非対称性とアービトラージ活動の供給

資金の提供者と運用者の間にある情報の非対称性は、ふたつの対照的な現象を引き起こす可能性がある。ひとつは、アービトラージャーの投資戦略がよく理解できないために、投資家や金融機関が資金供給を躊躇する場合(過少投資)である。もうひとつはこれと逆に、アービトラージャーの複雑な投資戦略を適切に評価しないままに、楽観的予想に基づいて資金が安易に提供される場合(過剰投資)である。いずれのケースについても、過去のトラックレコードへの過度の依存が見られる。

実際のマーケットは、これら両極の間を往復してきた。その振り子が最も大きく振れたのが、昨年の世界金融危機である。1998年初頭まで、Long-Term Capital Management (LTCM)をはじめとするアービトラージ型ヘッジファンドが多くの市場で高いパフォーマンスを上げていたが、それはすなわち、さまざまなミスプライシングがゼロに収束しつつあったということにほかならない。しかし、LTCMの素晴らしいトラックレコードを見て過度の楽観に陥った投資家や金融機関は、すでにアービトラージ機会が消失しつつあった状況下で、LTCMのみならずヘッジファンド業界全体への投資や信用供与を増やし続け、過大なポジションを取ることを許した。1998年夏のロシアのデフォルト等をきっかけに各種スプレッドが急激に拡大すると、多額の損失を蒙ったヘッジファンドは、追加担保に必要な現金を確保するため大幅なポジション解消を余儀なくされ、それがさらにスプレッドの拡大をもたらす結果となる。実はスプレッドの拡大と共にアービトラージ機会は増大したのだが、エクイティ(純資産価値)が急減し、信用力が大きなダメージを受けたファンドは、増大したアービトラージ機会に投資するためのレバレッジ維持能力をすでに失っていた。

さらに1998年の危機では、ヘッジファンドのみならず、大手金融機関もまた同様のエクスポージャーを持っていた。バランスシートを維持できなくなったヘッジファンドがポジ

ションを解消しようとしたとき、その取引の相手方となるべきマーケット・メーカーもまた、同じように損失を出し、エクスポージャーを急速に縮小しようとしていた。そのためマーケットではいっせいに同方向のポジション解消の動きが発生し、市場の流動性が失われたのである。金融機関も、株主・取締役会や格付け機関の監視を継続的に受けているだけでなく、ヘッジファンドと同様に（あるいはそれ以上に）高いレバレッジを持つ市場参加者であり、短期・長期のファンディングを維持していくためには、たとえ一時的な損失であってもそのインパクトを限定することがきわめて重要であった。このように、アービトラージ活動に関わるエージェンシー問題は、大規模な金融機関の行動にも大きな影響を与えてきたと思われる。

2.3 アービトラージ収益の時系列特性

アービトラージ戦略の構造やパラメータを理解するためには専門的知識が必要であるとして、その結果であるパフォーマンスにはどのような複雑さがあるだろうか。最も単純な例として、日経平均先物を対象とする裁定取引を考えてみよう。たとえばもし先物が割高であれば、これを売って現物株のバスケットを買う取引である。取引開始時には無視できない執行リスクがあるが、いったん組んだポジションは、先物清算日まで保有することを前提とする限り、事実上リスクレス・ポートフォリオであり、裁定利益は現在価値の意味でほぼ確定している。他方、このポジションを日々時価評価すれば、先物の割高度の変動に応じて収益も変動する。もしミスプライシングが一時的に拡大し、当初割高であった先物がいっそう割高になれば、裁定ポジションは損失を計上することになる。何らかの理由でこのトレードを途中で解消せざるを得なくなった場合のことを考えれば、実際に解消されるまでリスクは存在すると考えるのが、厳密に言うと正しいであろう。

しかし、上記のような割高度の変化による損失は一時的なもの、清算日までには「取り戻せるもの」である。時価評価ベースで実現した損失は、実はそのまま将来実現すべき期待収益の増加となり、逆にすでに実現した利益は、将来収益の減少を意味する。割安なオプションを買ってデルタ・ヘッジをした場合などについても、同様の議論があてはまる。実際におこなわれるアービトラージの多くには、純粋なミスプライシング以外のリスクも伴っているのが普通であるから、すべての損失が期待収益の増加に結びつく訳ではない。しかし一般的に言って、損失が発生したあとには、収益の増加が見込めるという傾向が存在する。

じっさい統計的に見ると、アービトラージの期間収益には「負の自己相関」が観察される。アウトライト・トレーディングの場合、実現収益のボラティリティは経過時間の平方根にほぼ比例して増大していくのに対し、アービトラージの場合は、負の自己相関が「時間分散」の効果をもたらすため、ボラティリティは経過時間の平方根よりもゆっくりと増加する（ある

いは逆に時間と共に減少に転じる)ことになる。このような性質があるため、アービトラージのリスクとリターンは、投資期間と独立に論ずることはできず、ある程度長期的な視野で考える必要がある。また、損失が発生した場合、それがミスプライシングの拡大によるものかどうかを識別することが重要であり、もしそれがミスプライシングの拡大によるものであれば、ポジションを縮小することは期待収益を放棄することになるので望ましくないとと言える。

第3節 株式ワラント・アービトラージのフレームワーク

3.1 日本株ワラントのミスプライシング

日本の上場企業は、1980年代後半から90年代はじめにかけて巨額の転換社債およびワラント付社債を発行した。ピークとなった1989年の発行額は両者合わせて18兆円以上、うち外貨建ワラント債は8兆2600億円にのぼる。このような大量発行が行われた背景には、いわゆるエクイティ・ファイナンスに関するコスト認識の錯誤があったと思われる。これらの債券は市場金利よりかなり低い表面金利(クーポン)で発行されたが、その差はしばしば財務部による収益への貢献とみなされた。言うまでもなく、市場金利とクーポンの差は投資家が支払うオプション料であり、財務部の功績などではない。しかし当時の日本の会計基準においては、クーポンの会計期間相当分が発行コストとして認識されるだけであった。

コストに関する認識が誤っているため、分離されたワラントを90年代初期時点において標準的モデルで評価すると、大幅な「ミスプライシング」が観察され、インプライド・ボラティリティがゼロになる銘柄も少なくなかった。おおまかな傾向としては、**deep-in-the-money**のワラントは特に過小評価され、**deep-out-of-the-money**ではフェア・プライスに近い(あるいはやや過大評価された)ものが多かった。³転換社債についても同様の現象が観察されていたが、本節では簡単のためにワラントに焦点を当てて議論する。

このように株式ワラントが市場で過小評価されていると思われる場合、原理的には、割安なワラントを購入するとともに、理論的ヘッジレシオを使って連続的にデルタ・ヘッジを行うことにより、過小評価分を収益化することが可能はずである。このようにボラティリティの過小(あるいは過大)評価をターゲットとする戦略を総称して、ボラティリティ・アービトラージと言う。ただし、このようなアービトラージを実行する上でのフリクションとしては、たとえば次のようなものがある。

³ たとえばKawahara and Marsh (1992)参照。

- 国内で現物株を借りること（とくに「期越え」の貸借）が困難であった。この時期、欧米の年金基金などを中心とする海外の貸し株市場が次第に発達するが、借り料は高かった。（米国株の借り料 20 - 30bp に対し、日本株では 150 - 200bp であった。）
- 現物株の借入期間はミスプライシングの典型的な収束時間よりも短く、借り換え（ロール）のリスクがあった。
- ワラントの購入資金（および株を借りる際の「ヘアカット」）は無担保で調達することになるため、アービトラージャーの信用力によってはファイナンス・コストが大きい。

こうした要因を無視して教科書的に理論価格を評価してもアービトラージ収益を正しく推定することはできないため、理論的な評価モデル自体にフリクションを組み込むことが必要となる。簡単のために dilution を無視して通常の株式オプションと同じ定式化を使うと、次のような修正を行うことになる。

まず、通常の Black-Scholes の PDE（偏微分方程式）は次のように書かれる。

$$F_t + (r - q)SF_s + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{ss} = rF$$

ただし、 F はワラント価値、 S は株価、 t は時間、 r は利子率、 q は配当イールド、 σ はボラティリティである。ここでフリクションを導入し、借り料と資金調達コストを考慮する。 b を株の借り料、 h を（リスクフリー利子率に上乗せする）ファイナンス・スプレッドとすると、ワラントのファイナンス・コストは $r + h$ となり、上の Black-Scholes PDE は次のように書き直される。

$$F_t + (r - q - b)SF_s + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{ss} = (r + h)F$$

これを（境界条件の下で）解いて得る F は、通常のオプション評価式において利子率を $r + h$ 、配当イールドを $q + b + h$ で置き換えたものに等しい。

3.2 ワラント・アービトラージのスキーム

アービトラージの基本的なスキームは以下の通りである。まず、上記の修正モデルによって明らかに割安なワラントを選択し、そのポートフォリオをロング(保有)する。同時に、対応する現物株式をショート(空売り)してデルタ・ヘッジを行う。ヘッジレシオも上記の修正モデルを用いて計算する。現物株式のショートが困難な(あるいはコストが高い)銘柄群については、指数先物をショートする。このスキームによるリスクとリターンを大きく要因分解すると、次のようになる。

ロング	ショート	リスク要因
(A) 割安なワラント	理論的合成ワラント	割安度、借り料、ボラティリティ
(B) 理論的ワラント	デルタ・ヘッジ	ヘッジング・エラー
(C) 現物株	株価指数	指数トラッキング・エラー
(D) 株価指数	株価指数先物	先物ベース

ワラントのポートフォリオを現物株式や日経平均先物などでヘッジするトレードを考えると、これは2種類から4種類のトレードを合成したものとみなすことができる。(A) まず、市場にある割安なワラントをロングし、(フリクションを考慮した上での)適正価格を反映する「理論的合成ワラント」をショートする。(B) しかし実際には理論的合成ワラントをショートすることはできないので、理論的合成ワラントをロングし、現物株を使った離散的なデルタ・ヘッジによる近似的合成ワラントをショートする形になる。さらにもし現物株でなく先物をショートする場合は、(C) 現物株をロングし、株価指数をショートした上で、さらに(D) 株価指数をロングし、先物をショートするトレードが加わる。

これら4種類のトレードのそれぞれに、一つまたはそれ以上のリスク・ファクターが組み込まれる。たとえば最初のトレード(A)については、理論的合成ワラントの価値に影響を与えるリスク要因として、実現ボラティリティや将来の借り料が重要となる。これらの変動以外の要因でワラントの市場価格が変動する場合、それはワラント市場における「割安度」の変動と捉えることができる。トレード(B)においては、離散的現物株取引(および市場流動性変化)によるヘッジ誤差がリスクとなる。(C)は保有する銘柄と株価指数の差、(D)は株価

指数先物の割安度変動である。これらのリスクやコストを削減するため、新たな仕組み商品など、さまざまなスキームが考えられた。

大規模な長期アービトラージ戦略を構築し実行していくためには、いくつかのファクターをさらに分析する必要がある。主なものを挙げれば、(1)ボラティリティの期間構造、(2)株価水準とボラティリティの関係、(3)予想される配当の期間構造、(4)発行体・カウンターパーティの信用リスク、(5)デルタ・ヘッジのマーケット・インパクト、(6)株式貸借料の期間構造、(7)ワラント銘柄のベータなどである。これらの要因を立ち入って検討することは本題から外れるが、アービトラージ特有の検討課題をひとつ指摘しておきたい。それは、明らかなアービトラージ機会が存在するように見える場合、他のアービトラージャーの行動が持つインパクトを考慮する必要もあるという点である。たとえばアービトラージャーがデルタ・ヘッジを実行する際に生じる取引コストを評価する方法として、単純なヘッジ調整ルールとコスト構造を仮定してボラティリティ・パラメータを調整する簡便法(Leland 他)が知られている。しかし実際のアービトラージで問題となるのは、ある企業が発行しているCBまたはワラントの満期が近づいてきたとき、それらの転換(行使)価格周辺の株価水準において他のアービトラージャーのデルタ・ヘッジが集中し、原資産のボラティリティが大幅に低下することである。このような発行体の資本構成の影響をモデルに取り込むことも場合によっては必要となろう。

1990年前後の数年間は、ワラント・転換社債アービトラージ戦略が日本において数千億円の利益を稼いだと言われる時期である。この戦略の基本的アイデアは、「条件付きコンバージョン・トレード」としては、特に高度なものではない。しかしそれでも、さまざまなフリクションによって複雑化したスキームやリスク・リターン構造は教科書の世界からかけ離れたものになっており、典型的な最終投資家にとってその仕組みやリスク・リターンを理解することはかなり困難であったと思われる。

第4章 アービトラージ収益の確率過程

4.1 純粋アービトラージの収益変動モデル

アービトラージ戦略の構造やパラメータを理解するためには相当の専門的知識が必要だが、その結果であるパフォーマンスを理解することもやはり難しいであろうか。第2節での議論から、一般にアービトラージ収益の確率過程は、

- ランダム・ウォークのような単純なプロセスによって記述できない、
- 負の自己相関を持つことが多い、

● 特定の市場変数と安定した相関を持たないために直観的解釈が容易でない、
といった特徴を持っていると考えられるが、本節ではワラント・アービトラージのフレームワークを使って、具体的にアービトラージ収益の確率過程を導出してみる。

ワラント・アービトラージに登場する多くのリスク・ファクターは、通常の理論モデルを精緻化することによって分析可能である。しかし、ワラント自体の「割安度」の変動は、デリバティブ価格理論の枠組みのみによっては分析できない。割安度変動の背後には、他の市場参加者によるノイズ・トレーディングやアービトラージ活動の供給変動があるが、その分析はようやく端緒に着いたところである。割安度の変化はアービトラージ収益にインパクトを与え、それはエージェンシー問題の現れであるトラックレコード重視を通じて、近い将来のアービトラージ活動に影響を与える。そしてその結果、割安度はさらに変化するであろう。

ここでは、割安度の変動についての簡単なモデルをとりあえず仮定し、割安度以外のリスク・ファクターが完全にヘッジされた「純粋なアービトラージ」(コンバージェンス・トレード)における収益変動の性質を検討してみたい。ワラントの価格については、次のような定式化を行う。

理論価格	$F(S, t, \sigma)$
市場価格	$F(S, t, \sigma + X)$

ここで F は (ペイオフ条件と株価プロセスに対応する正しい) 理論評価式である。 S は株価、 t は時間、 σ は真のボラティリティ、 X はワラント市場におけるボラティリティの過大 (過小) 評価を表す確率的な「ミスプライシング・パラメータ」である。 X が負であればワラントは割安ということになる。ミスプライシングをボラティリティと関係づける理論的必然性はないが、ノイズ・トレーダーの間に株価に関する「センチメント」があるとすれば、それは株価にもワラント価格にもほぼ同様に反映されるであろうから、もっぱらワラント市場においてミスプライシングをもたらすセンチメント (あるいは錯誤) としては、ボラティリティを想定するのが最も自然であろう。

デルタ・ヘッジによって理論評価式通りのペイオフが得られると仮定すると、アービトラージは実際のワラントをロングして理論上のワラントをショートすることと同等である。したがって、最終的に得られる期待収益の現在価値 (金額ベースのミスプライシング) $V(t)$ は、次のように書くことができる。

$$V(t) = F(S, t, \sigma) - F(S, t, \sigma + X)$$

簡単のため、この右辺を単一の関数 $M(S, t, \sigma, X)$ で表すことにする。期待収益はワラントの満期時点ではゼロになっている（つまりミスプライシングはゼロに収束する）はずであるから、

$$V(T) = 0 \quad (T \text{ はワラントの満期})$$

である。これに対し、 0 期から t 期までの（ t 時点で見たと）累積実現収益 $\Pi(t)$ は、（金利成長部分を除けば）同期間における期待収益の減少分に等しい。すなわち、

$$\begin{aligned} \Pi(t) &= V(0)e^{rt} - V(t) \\ &= M(S(0), 0, \sigma, X(0)) e^{rt} - M(S(t), t, \sigma, X(t)) \end{aligned}$$

ここで、ミスプライシング・パラメータ X が平均回帰的プロセス（Ornstein-Uhlenbeck 過程）にしたがうと仮定する。（このようなプロセスを発生させる均衡モデルが存在するかどうかについては、ここでは問わない。また、 X は理論評価と無関係であるため、price of risk 等に関する議論は不要である。）

$$dX = a(\theta - X) + b dw$$

ただし θ はミスプライシングの長期的平均、 w は単純ブラウン運動である。これを書き直すと、

$$X(t) = \theta + (X(0) - \theta)e^{-at} + be^{-at} \int_0^t e^{a\tau} dw(\tau)$$

と表すこともできる。株価は通常の幾何ブラウン運動、株価とミスプライシングの間の相関は ρ

とする。すなわち、

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$dz dw = \rho dt$$

である。

4.2 ワラント・アービトラージ収益の確率過程

以上のようなセッティングのもとで、アービトラージ収益の確率過程を導いてみよう。一般に累積収益 $\Pi(t)$ の変化は、

$$d\Pi(t) = rM(S(0), \theta, \sigma, X(0)) e^{rt} dt - dM(S(t), t, \sigma, X(t))$$

と書くことができるが、ミスプライシングが上のようなプロセスに従うとき、伊藤のレナマを用いて $dM(S(t), t, \sigma, X(t))$ を計算すると、

$$dM = \left[\mu SM_S + M_t + a(\theta - X)M_X + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 M_{SS} + \frac{1}{2} b^2 M_{XX} + \rho b \sigma SM_{SX} \right] dt + \sigma SM_S dz + bM_X dw$$

となる。この式に現れるドリフト各項 ($[\dots]dt$) は、次のように解釈できる。

- 第1項 (μSM_S) 株価のドリフトにともなうミスプライシングの変化。理論価値と市場価格のデルタの差による。
- 第2項 (M_t) 理論価値と市場価格の time decay の差
- 第3項 ミスプライシング・パラメータの平均回帰の影響
- 第4項 理論価値と市場価格の gamma の差
- 第5項 市場価格の $d^2F/d\sigma^2$

- 第 6 項 株価とミスプライシング・パラメータの相関

これに対し、二つの確率項は次のように理解できる。

- 第 1 項 ($\sigma SMsdz$) 理論価値と市場価格のデルタの差による株価変動のインパクト
- 第 2 項 ($bMxdw$) ミスプライシング・パラメータ変動のインパクト

ここで興味深いのは最初の確率項、つまり理論価値と市場価格のデルタの差による株価変動のインパクトである。ワラントが割安である（つまり X が負である）と仮定すると、アービトラージ・ポートフォリオの株価に対するエクスポージャーは、ワラントがアウト・オブ・ザ・マネーのときは負、イン・ザ・マネーのときは正になる傾向を持つ。これは、例えば株価が行使価格を下回っているときには、理論的ワラントの方が実際のワラントよりも大きなデルタを持つからである。したがって、このような戦略は理論的には完全に「マーケット・ニュートラル」であっても、収束までの実現収益は株価と共に変動することになる。とくに、株価が大幅に下落してワラントがディープ・アウト・オブ・ザ・マネーになれば、ワラントの市場価格も理論価格も共にゼロに近づくので、行使期限以前でも、ミスプライシング・パラメータの値にかかわらず「フェア・バリューへの収束」が実現して利益が得られるという結果となる。

多数の銘柄からなるアービトラージ・ポートフォリオを持っていても、ミスプライシングが市場全体の株価指数と（株価水準によって符号が変化する）相関を持つため、見かけ上のシステムティック・リスクが存在する。この見かけ上のリスクは、ミスプライシングの程度が大きいほど大きくなる傾向があるため、アービトラージャーの短期的リスクに対する選好によっては、「割安度が高いほどアービトラージが活発になる」というステートメントがかならずしも正しくないことが推測される。

第 5 節 リスク評価と時間的ホライズン

前節の結果をもとに、累積実現収益の分散を計算することができる。短期間（ 0 期から Δt 期まで）の実現収益の分散は、

$$Var_0[\Pi(\Delta t)] = (\sigma^2 S^2 M_s^2 + b^2 M_x^2 + 2\rho b \sigma S M_{sx}) \Delta t$$

と表すことができ、短い期間であれば、経過時間に比例して増加する。しかし、ワラントの満期 T までに実現する収益は $\Pi(T) = V(0)e^{rT}$ と確定しているため、その分散はゼロである。

$$Var_0[\Pi(T)] = 0$$

つまり図 1 にあるように、純粋なアービトラージの初期においては、分散は時間とともに増大するが、途中で減少に転じ、最終的にはゼロとなる。アービトラージ収益には負の自己相関があるというのは、このような意味である。アービトラージのリスクを評価するときには、時間的ホライズンが重要であるということがわかる。

上の定式化は理想化されたアービトラージを対象にしたものだが、現実のアービトラージにおける実現収益は、割安度以外の要因にも影響を受ける。離散的ヘッジングによるヘッジ誤差、指数トラッキング・エラーなど、ランダム・ウォークに（近似的に）したがうリスク・ファクターもまた、アービトラージ戦略のリスクの一部である。これらを含めたトータルの累積実現収益 $R(t)$ の分散は次のように書けるであろう。

$$Var_0[R(t)] = Var_0[\Pi(t)] + kt$$

ただし k は割安度以外の（ランダム・ウォークに従う）リスクの時間あたり分散である。 k が小さいほど、純粋なアービトラージに近いと言えよう。

このように、収益の変動を「割安度」とそれ以外のファクターに分解することにより、「アービトラージのクオリティ」についての自然な尺度を考えることができる。まず、投資のタイム・ホライズンが t であるとき、このアービトラージ戦略のシャープ・レシオは、

$$SR(t) = \frac{E_0[R(t)]}{\sqrt{Var_0[\Pi(t)] + kt}}$$

と書ける。ここで添え字の 0 は、 0 期における条件付期待値または分散であることを示すものである。図 1 に描かれたような $\Pi(t)$ のふるまいを前提とすれば、タイム・ホライズンによって、同じ戦略であってもシャープ・レシオは大きく異なることが推測できる。

さらに、ごく短い期間 $[0, \Delta t]$ における収益分散との比較において、タイム・ホライズン t に対応する分散比 (Variance Ratio) を次のように定義し、アービトラージの有効性を示す測度として用いることができる。

$$VR(\Delta t, t) = \frac{Var_0[\Pi(t)] + kt}{\left\{ \frac{Var_0[\Pi(\Delta t)] + k}{\Delta t} \right\} t}$$

この分母は、収益全体のプロセスがランダム・ウォークであると仮定して、期間 $[0, \Delta t]$ の分散を期間 $[0, t]$ に変換したものである。日次リターンの分散を年率化する際に用いられる普通の方法である。実現収益の変動のうち、純粋のアービトラージによる部分が大きければ、この分散比 VR は小さくなり、逆に他のリスク・ファクターによる部分が大きければ 1 に近づく。

戦略の詳細に関する情報を持たない投資家(プリンシパル)がアービトラージャー(エージェント)の運用を評価する際に、 VR を参考にすることができる。すなわち収益の時系列が与えられれば、短期収益のボラティリティを長期収益のボラティリティと比較することによって、単なるスペキュレーションでなく収束利益をもたらすような取引が実際に行われているかどうか、検証することも可能であろう。

第 6 節 おわりに

本章では、アービトラージ戦略を概念的に整理するとともに、具体的な例(日本株ワラントと対象とするボラティリティ・アービトラージ)に基づいて、そのリスク・リターン特性を検討した。理論モデルから導出されたアービトラージ収益の確率過程は、(1)ランダム・ウォークのような単純なプロセスによって記述できない、(2)負の自己相関(平均回帰傾向)を持つことが多い、(3)市場変数と安定した相関を持たないために、直観的解釈が容易でない、(4)一時的に市場変数と見かけ上の相関を持つ可能性がある、といった特性を持つことが明らかとなった。理想化された純粋アービトラージにおいてもこうした複雑さがあるが、実際のトレーディングにおいてはさらにヘッジ誤差などさまざまなノイズが混入するため、伝統的資産

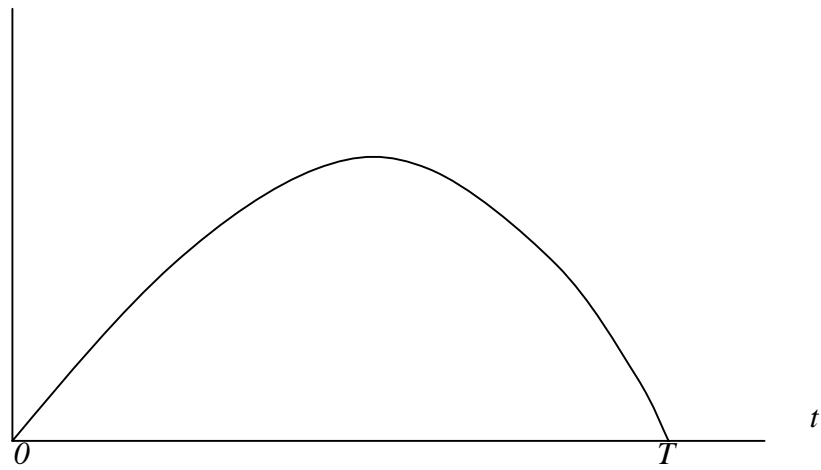
運用と比較して、投資家によるリスク・リターン評価はかなり難しくなる。つまり、情報の非対称性によって発生するエージェンシー問題は、アービトラージ運用ではとくに深刻なものになりがちである。

アービトラージは、「逆張り戦略」が機能する典型的なケースである。ミスプライシングの拡大はパフォーマンスの悪化をもたらすが、多くの場合、それは投資機会の増大を意味する。逆に多数のヘッジファンドのパフォーマンスが概して良好な時期は、市場価格が適正価格に収束していく過程である場合が多く、適正価格からの乖離が再び広がる確率は高くなる。つまり、良好なトラックレコードは期待収益の減少を意味していることが多いのだが、過去のトラックレコードを偏重する投資家は、投資収益機会が小さい時に多額の資金を投入し、投資機会が大きい時に資金を引き上げてしまう傾向がある。これはエージェンシー問題が引き起こす「投資タイミングのパラドックス」と呼ぶことができよう。

このようにアービトラージ戦略は、そのリスク・リターン特性ゆえに市場効率性と微妙な関係にある。市場の効率性が低下したときには、より多くのアービトラージ活動が供給されるべきであるが、実際には投資家の退出によって供給は減少してしまう可能性が高い。逆に市場効率性が上昇した時期には、高い実現収益に惹かれて限られた投資機会に資金が集中し、過大なリスクが取られる傾向がある。1998年の世界金融危機は、まさに後者のような状況の中で、ロシアのデフォルトによって引き金がひかれたものであった。この意味で、本章で論じたようなリスク・リターン特性を投資家が正確に理解し、投資機会を冷静に評価したうえで投資決定を行うことが、資本市場の効率性と安定性を高めることにつながるであろう。

☒ 1

$Var_0[\Pi(t)]$



参考文献

斎藤誠 (1999) 「高度化した資本市場におけるリスクと流動性：マーケット・メーカーとアービトラージャーの役割」、『フィナンシャル・レビュー』

三上芳宏・四塚利樹 (2000) 『ヘッジファンド・テクノロジー』東洋経済新報社

P. Boyle and T. Vorst (1992), "Option Replication in Discrete Time with Transaction Costs", *Journal of Finance*.

W. Fung and D. Hsieh (1997), "Empirical Characteristics of Dynamic Trading Strategies: The Case of Hedge Funds", *Review of Financial Studies*.

H. Leland (1985), "Option Pricing and Replication with Transaction Costs", *Journal of Finance*.

J. Liu and F. Longstaff (2000), "Losing Money on Arbitrages: Optimal Dynamic Portfolio Choice in Markets with Arbitrage Opportunities", working paper, UCLA.

M. Loewenstein and G. Willard (2000), "Convergence Trades and Liquidity: A Model of Hedge Funds", working paper, MIT.

W. Sharpe (1992), "Asset Allocation: Management Styles and Performance Measurement", *Journal of Portfolio Management*.

A. Shleifer and R. Vishny (1997), "The Limits of Arbitrage", *Journal of Finance*.

B. Tuckman and J. Vila (1992a), "Arbitrage with Holding Costs: A Utility-Based Approach", *Journal of Finance*.

B. Tuckman and J. Vila (1992b), "Holding Costs and Equilibrium Arbitrage", MIT Discussion Paper.