SA-9-6 エコーキャンセラ用ES射影アルゴリズムの収束条件について

Convergence Condition of the ES Projection Algorithm for Echo Cancellers

牧野 昭二　　金田 豊
Shoji Makino　　Yutaka Kaneda
NTTヒューマンインタフェース研究所
NTT Human Interface Laboratories

1．まえがき

筆者らはES射影アルゴリズム [1] を先に提案した。この手法は、音響エコー経路のインパルス応答の変動量がインパルス応答と同じ減衰率で指数減衰することに着目したES法 [2] と、アルゴリズム内部で入力信号の自己相関を取り除くことにより音声のように相関のある信号に対する収束速度を改善した射影法 [3][4] のそれぞれの利点を共に生かしたものである。本手法により、NLMS法を用いた従来のエコーキャンセラに比べて、実音声入力に対する収束速度を約4倍にできる。本報告では、ES射影法の収束条件を幾何学的解釈に基づいて明らかにする。

2．ES射影アルゴリズム

2次のES射影法は、射影法におけるステップサイズα(スカラ量)をステップサイズ行列$\mathbf{A}$と定数μで置き換えて

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1)=\hat{\mathbf{h}}(k)+\mu\mathbf{A}[\beta(k)\mathbf{x}(k)+\gamma(k)\mathbf{x}(k-1)] \quad (1)$$

ただし、

$\mathbf{A}=diag[\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_L]$: ステップサイズ行列
$\alpha_i=\alpha_0\lambda^{i-1}(i=1,2,...,L)$
λ: 音響エコー経路のインパルス応答の指数減衰率$(0<\lambda<1)$

としたものである。ここで、$\mu=1$と置き$\tilde{\mathbf{h}}(k+1)$を次のように定義する。

$$\tilde{\mathbf{h}}(k+1)=\hat{\mathbf{h}}(k)+\mathbf{A}[\beta(k)\mathbf{x}(k)+\gamma(k)\mathbf{x}(k-1)] \quad (2)$$

時変パラメータ$\beta(k)$,$\gamma(k)$は$\tilde{\mathbf{h}}(k+1)$が次式を満足するように定める。

$$\mathbf{x}(k)^T\tilde{\mathbf{h}}(k+1)=y(k) \quad (3)$$

$$\mathbf{x}(k-1)^T\tilde{\mathbf{h}}(k+1)=y(k-1) \quad (4)$$

(3)(4) 式に (2) 式を代入すれば

$$\beta(k)\mathbf{x}(k)^T\mathbf{A}\mathbf{x}(k)+\gamma(k)\mathbf{x}(k)^T\mathbf{A}\mathbf{x}(k-1)=e(k) \quad (5)$$

$$\beta(k)\mathbf{x}(k-1)^T\mathbf{A}\mathbf{x}(k)+\gamma(k)\mathbf{x}(k-1)^T\mathbf{A}\mathbf{x}(k-1)=(1-\mu)e(k-1) \quad (6)$$

となる。ただし、

$$e(k)=y(k)-\hat{y}(k)+n(k) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k)=\mathbf{x}(k)^T\hat{\mathbf{h}}(k) \quad (8)$$

である。(1)(5)(6)(7)(8) 式が本手法である。

3．アルゴリズムの幾何学的解釈

音響エコー経路のインパルス応答$\mathbf{h}(k)$が時刻$k-1,k,k+1$において一定値$\mathbf{h}_0$をとり、また、近端雑音$n(k)$は無視できるものと仮定する。この時、$y(k)=\mathbf{x}(k)^T\mathbf{h}_0$, $y(k-1)=\mathbf{x}(k-1)^T\mathbf{h}_0$が成り立つ。これらの関係、および$\mathbf{BB}=\mathbf{A}$となる対角行列$\mathbf{B}$を用いれば (3)(4) 式は

$$[\mathbf{Bx}(k)]^T\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\tilde{\mathbf{h}}(k+1)]=0 \quad (9)$$

$$[\mathbf{Bx}(k-1)]^T\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\tilde{\mathbf{h}}(k+1)]=0 \quad (10)$$

と書き直せる。(9)(10) 式は$\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\tilde{\mathbf{h}}(k+1)]$が$\mathbf{Bx}(k)$と$\mathbf{Bx}(k-1)$の両方に直交することを意味している。このことは図1を用いて幾何学的に理解できる。図1において、

$$\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\hat{\mathbf{h}}(k)]=\vec{OC} \quad (11)$$

$$\mathbf{Bx}(k)=\vec{OD} \quad (12)$$

$$\mathbf{Bx}(k-1)=\vec{OE} \quad (13)$$

$$\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\tilde{\mathbf{h}}(k+1)]=\vec{FC} \quad (14)$$

であり、点Cは$\mathbf{Bx}(k)$と$\mathbf{Bx}(k-1)$が張る平面S上の点Fに直交射影されている。従って、$\vec{OF}$は$\vec{OD}$と$\vec{OE}$の線形結合として表わすことができる。

$$\begin{aligned}\vec{OF} &= \beta(k)\vec{OD}+\gamma(k)\vec{OE}\\ &= \beta(k)\mathbf{Bx}(k)+\gamma(k)\mathbf{Bx}(k-1)\end{aligned} \quad (15)$$

一方、(1) 式の$\mathbf{A}$に$\mathbf{BB}$を代入すれば、

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1)=\hat{\mathbf{h}}(k)+\mu[\beta(k)\mathbf{BBx}(k)+\gamma(k)\mathbf{BBx}(k-1)] \quad (16)$$

(16) 式の両辺に$\mathbf{B}^{-1}$を乗じれば

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{h}}(k+1) &= \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{h}}(k)+\mu[\beta(k)\mathbf{Bx}(k)+\gamma(k)\mathbf{Bx}(k-1)]\\ &= \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{h}}(k)+\mu\vec{OF}\\ &= \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{h}}(k)+\vec{OF'}\end{aligned} \quad (17)$$

ただし、$\vec{OF'}=\mu\vec{OF}$である。$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{h}_0$から (17) 式の両辺を引けば

$$\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\hat{\mathbf{h}}(k+1)]=\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\hat{\mathbf{h}}(k)]-\vec{OF'} \quad (18)$$

$$\vec{F'C}=\vec{OC}-\vec{OF'} \quad (19)$$

となる。明らかに$\vec{F'C}$は$0<\mu<2$の時$\vec{OC}$より小さく、$\mu=1$の時最小となる。従って

$$0<\mu<2 \quad (20)$$

の時$\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{h}_0-\hat{\mathbf{h}}(k)]$は単調非増加であり収束する。$\mathbf{B}^{-1}$はフルランクであるから、係数誤差ベクトル$\mathbf{h}_0-\hat{\mathbf{h}}(k)$もまた収束する。

4．あとがき

音響エコー経路の変動特性と入力信号の相関除去を共に反映させたES射影アルゴリズムを幾何学的に解釈し、収束条件を明かにした。

[参考文献]

[1] 牧野, 金田, 信学全大, SA-7-11, p.1-472(1992.3).
[2] S. Makino, Y. Kaneda, ICASSP90, PP.1133-1136(1990.4).
[3] 尾関, 梅田, 信学論 (A), J67-A, 2, pp.126-132(1984.2).
[4] 雛元, 前川, 電学論 (C), 95, 10, pp.227-234(1975.10).

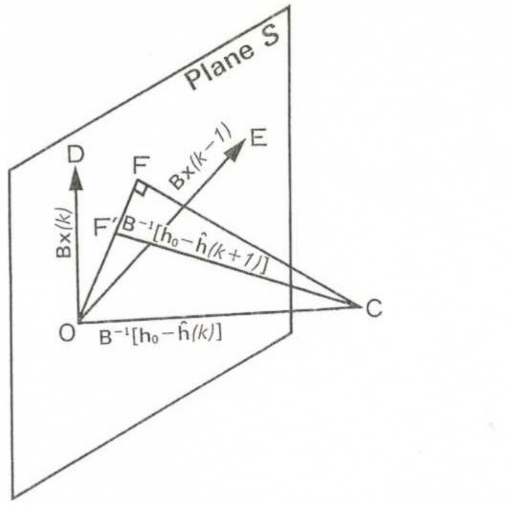

Fig.1 Geometric interpretation of the ES Projection algorithm.