A-101

高次の射影アルゴリズムの演算量削減について

Reduction of Computation for High Order Projection Algorithm

田中 雅史　金田 豊　牧野 昭二
Masashi TANAKA Yutaka KANEDA Shoji MAKINO
NTT ヒューマンインタフェース研究所
NTT Human Interface Laboratories

1. はじめに

射影アルゴリズムは、音声など自己相関の高い信号に対しても収束が速いという特徴を持つ適応アルゴリズムである [1]。射影アルゴリズム中には、射影の次数を p とすると、p 元連立1次方程式が現われ、これをコレスキー法などで解くと $O(p^3)$ の積和演算が必要となる。この演算量は、p が小さい場合には無視できるため、射影アルゴリズム全体の演算量は NLMS(学習同定法) アルゴリズムと同程度にできる [2]。しかし、p が大きい場合にはこの演算量が無視できなくなる。本報告では、射影アルゴリズム中の p 元連立1次方程式を FTF(Fast Transversal Filter) の手法を応用して $O(p)$ の演算量で解くアルゴリズムを示す。

2. 射影アルゴリズム

時刻 k での未知系への入力信号を $x(k)$、未知系の出力を $y(k)$、タップ数が L の適応型 FIR フィルタの係数を $\hat{\mathrm{h}}(k)=[\hat{h}_1(k),\ldots,\hat{h}_L(k)]^T$、推定誤差を $e(k)$ とすると、p 次の射影アルゴリズムは、$\hat{\mathrm{h}}(k)$ の更新を次式により行なう。

$$\hat{\mathrm{h}}(k+1)=\hat{\mathrm{h}}(k)+\mu\begin{pmatrix}\mathrm{x}(k)^T\\ \vdots\\ \mathrm{x}(k-L+1)^T\end{pmatrix}\mathrm{g}(k) \qquad (1)$$

ただし、^{T} は転置、μ はステップサイズである。また、p 次ベクトル $\mathrm{g}(k)$ は、次式で表される p 元連立1次方程式の解として求められる。

$$\mathrm{R}(k)\mathrm{g}(k)=\mathrm{e}(k) \qquad (2)$$

ただし、

$$\mathrm{R}(k)=\sum_{i=0}^{L-1}\mathrm{x}(k-i)\mathrm{x}(k-i)^T \qquad (3)$$

$$\mathrm{x}(k)=[x(k),\ x(k-1),\cdots,\ x(k-p+1)]^T \qquad (4)$$

$$\mathrm{e}(k)=[e(k),\ \cdots,\ (1-\mu)^{p-1}e(k-p+1)]^T \qquad (5)$$

$$e(k)=y(k)-\sum_{i=1}^{L}x(k-i+1)\hat{h}_i(k) \qquad (6)$$

である。上記アルゴリズム中の式 (2) の p 元連立1次方程式を $O(p)$ の演算量で解く手法を以下に示す。

3. FTF 法を用いた連立1次方程式の解法

ベクトル $\mathrm{e}(k)$ の要素が時間とともにずれる性質を利用すると、FTF 法のカルマンゲインの次数、時間の更新の手法 [3] が応用でき、式 (2) の解 $\mathrm{g}(k)$ が次式で得られる。

$$\mathrm{g}(k)=(1-\mu)\begin{pmatrix}0\\ \mathrm{f}(k-1)\end{pmatrix}+\frac{\mathrm{e}(k)^T\mathrm{a}(k)}{F(k)}\mathrm{a}(k) \qquad (7)$$

ただし、$\mathrm{a}(k)$ は正規方程式 $\mathrm{R}(k)\mathrm{a}(k)=[F(k),\ 0,\ldots,\ 0]^T$ を満たす前向き予測係数ベクトル (p 次) であり、先頭の要素は1である。また、$F(k)$ は前向きの最小2乗誤差和である。さらに、$\mathrm{f}(k-1)$ は次式で得られる [3]。

$$\begin{pmatrix}\mathrm{f}(k-1)\\ 0\end{pmatrix}=\mathrm{g}(k-1)-g_p(k-1)\mathrm{b}(k-1) \qquad (8)$$

$\mathrm{b}(k-1)$ は正規方程式 $\mathrm{R}(k-1)\mathrm{b}(k-1)=[0,\ \ldots,\ 0,B(k-1)]^T$ を満たす後向き予測係数ベクトル (p 次) であり、最後の要素は1である。$B(k-1)$ は後向きの最小2乗誤差和である。$g_p(k-1)$ はベクトル $\mathrm{g}(k-1)$ の最後の要素を表わす。

$\mathrm{a}(k)$、$\mathrm{b}(k-1)$、$F(k)$、$B(k-1)$ を得るために、FTF 法を用いて2つの正規方程式を解く。通常の FTF 法では、入力信号の自己相関を求める区間は、時刻0から現時刻 k までである。一方、射影アルゴリズムでは、自己相関を求める区間は常に相関を除去する区間 $[x(k),\ldots,x(k-L-p+2)]$ に一致していることが望ましい。正規方程式中の共分散行列 $\mathrm{R}(k)$ の方形時間窓での時間更新は次のように書けるので、

$$\sum_{i=0}^{L}\mathrm{x}(k-i)\mathrm{x}(k-i)^T=\mathrm{R}(k-1)+\mathrm{x}(k)\mathrm{x}(k)^T \qquad (9)$$

$$\mathrm{R}(k)=\sum_{i=0}^{L}\mathrm{x}(k-i)\mathrm{x}(k-i)^T-\mathrm{x}(k-L)\mathrm{x}(k-L)^T \qquad (10)$$

式 (9),(10) に対応した2度の FTF 法を実行する。式 (9) では相関を計算する区間が1時刻伸びるだけなので、対応する FTF 法は、通常の指数窓を用いた FTF 法において減衰定数を1にしたものになる [3]。式 (10) に対応する FTF 法は、結果的に、式 (9) に対応する FTF 法において、$\mathrm{x}(k)$ が $\mathrm{x}(k-L)$ に置き換わり、また、予測係数、最小2乗誤差和の更新、尤度変数の更新の符合が反転したものになる。予測係数、最小2乗誤差和は1度目、2度目共通に用いる。

このようにして、$\mathrm{a}(k)$、$\mathrm{b}(k-1)$、$F(k)$ が求まり、これを式 (7),(8) に代入することにより、$\mathrm{g}(k)$ が求まる。以上の解法は $O(p)$ の演算量で実行できる。

4. まとめ

射影アルゴリズム中の連立1次方程式の演算量を FTF の手法を応用して削減した。

参考文献

[1] 尾関, 梅田："アフィン部分空間への直交射影を用いた適応フィルタアルゴリズムとその諸性質", 信学誌 (A) ,J67-A, pp.126-132, (昭59-2)
[2] 丸山："射影アルゴリズムの高速算法", 信学全大 B-744 (1990.3)
[3] S.Haykin, Adaptive Filter Theory, 2nd ed., Prentice-Hall, 1991, pp.577-578,591